ПРОБЛЕМЫ МАШИНОСТРОЕНИЯ И НАДЕЖНОСТИ МАШИН

№ 5, 2011

УДК 539.4; 620.22

© 2011 г. Думанский А.М., Таирова Л.П., Горлач И., Алимов М.А.

РАСЧЕТНО-ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ НЕЛИНЕЙНЫХ СВОЙСТВ УГЛЕПЛАСТИКА

Предложен расчетно-экспериментальный метод оценки и прогнозирования нелинейного деформирования однонаправленного и слоистого углепластика с разными углами укладки слоев при квазистатическом нагружении. Упругие свойства слоя были определены по результатам испытаний перекрестно армированных плоских образцов при растяжении. Предполагалось, что нелинейность слоя и пакета из слоев уложенных под разными углами определяется нелинейным деформированием слоя при сдвиге в плоскости слоя, которое описывалось с помощью кусочно-линейной аппроксимации. Для построения определяющих соотношений пакета использовалась теория слоистых пластин. Проведенные исследования показали удовлетворительное согласие расчетных и экспериментальных данных.

Углепластик благодаря комплексу уникальных физико-механических свойств эффективно применяется в элементах конструкций ракетно-космического и авиационного назначения. Обычно материал и конструкция проектируются одновременно, поэтому прогнозирование механического поведения слоистого материала, основанное на свойствах слоя, представляется актуальным. Поскольку соотношения классической теории слоистых пластин не позволяют описывать наблюдающиеся в эксперименте нелинейные эффекты необходима разработка надежных расчетно-экспериментальных методов описания экспериментальных методов описания закономерностей деформирования слоистых сред. Разработке такого метода и посвящена настоящая статья.

В ряде работ [1–8] отмечается, что нелинейные свойства углепластика в значительной степени связаны с нелинейностью свойств при сдвиге в плоскости слоя. В качестве тестовых испытаний для определения характеристик упругости и прочности однонаправленного слоя часто используются испытания образцов с перекрестной структурой армирования. При растяжении таких образцов из углепластика наибольшая степень нелинейности связи напряжений с деформациями характерна для структуры ±45°, что объясняется возникновением максимальных сдвиговых деформаций в плоскости слоя для этой структуры [4–5].

Отметим одно важное обстоятельство, заключающееся в том, что свойства слоев, определенные при испытании однонаправленных образцов, не вполне адекватно описывают характеристики упругости слоистых структур. Это объясняется тем, что микроструктуры (микропористость, искривления волокон и т.д.) однонаправленного материала и композита с различными углами укладки слоев несколько отличаются. Разработке методов идентификации упругих характеристик слоя по результатам испытаний слоистых композитов посвящен ряд работ, в частности [6].

Если считать причиной нелинейности деформирования композита нелинейность связи касательных напряжений τ_{12} и деформаций γ_{12} сдвига в плоскости слоя, то становится актуальной задача определения $\tau_{12}(\gamma_{12})$ с учетом диаграмм деформирования композита с различными схемами армирования. Такая задача рассматривается в [4, 7, 8]. В работе [7] на основании решения обратной краевой задачи растяжения перекрестно армированного углепластика показано, что нелинейные участки диаграммы деформирования при сдвиге в плоскости слоя различны для каждой укладки слоев.

Характеристики упругости и прочности однонаправленного слоя являются основой для построения критериев предельного состояния слоистых композитов и элементов конструкций из них. В частности, все 19 моделей деформирования и разрушения слоистых композитов, рассматриваемых в проекте WWFE (World Wide Failure Exercise) [9], в качестве исходных данных используют свойства однонаправленного слоя. В 12 из этих моделей предлагаются варианты учета нелинейных свойств слоистых композитов, что позволяет более точно описать механическое поведение слоистых материалов учесть перераспределение напряжений в слоях в процессе нагружения.

В моделях WWFE не учитывалась зависимость процессов деформирования и разрушения от времени, хотя в ряде случаев такая зависимость позволяет описать ряд важных особенностей деформирования и разрушения, проявляющихся даже при квазистатических испытаниях. Число работ такого рода увеличивается, упомянем лишь работы [10–12], в которых соотношения теории слоистых пластин используются для определения вязкоупругого поведения слоистых углепластиков. Включение фактора времени дает возможность расчета и прогнозирования характеристик длительного деформирования и разрушения композитных элементов, в частности. при усталостном разрушении.

В настоящей статье рассмотрен подход, базирующийся на соотношениях теории слоистых пластин, позволяющий на основе нелинейного деформирования слоя описывать нелинейное деформирование многослойного композита. В дальнейшем предполагается распространить этот подход на описание деформирования многослойных композитов с учетом фактора времени.

В качестве характеристик упругости ортотропного слоя будем использовать: E_1, E_2, – модули упругости вдоль и поперек волокон соответственно; G_{12} – модуль сдвига; ν_{12} – коэффициент Пуассона (оси *1* и *2* лежат в плоскости армирования, второй коэффициент Пуассона определяется соотношением $\nu_{21} = (E_2/E_1)\nu_{12}$, оси Ox и Oy – оси ортотропии пакета).

Выражение для связи деформаций и напряжений в соответствии с [14, гл. 8] можно записать в матричной форме

$$\{\varepsilon_{xy}\} = [S_{xy}]\{\sigma_{xy}\}, \tag{1}$$

где $\{\varepsilon_{xy}\} = \{\varepsilon_x\ \varepsilon_y\ \gamma_{xy}\}^T$, $\{\sigma_{xy}\} = \{\sigma_x\ \sigma_y\ \tau_{xy}\}^T$ – столбцы деформаций и напряжений; $[S_{xy}]$ – матрица податливостей пакета.

Для одноосного нагружения ортотропного материала соотношения (1) можно переписать в виде

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ 0 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} s_{xx} & s_{xy} & 0 \\ s_{xy} & s_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & s_{ss} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}. \tag{2}$$

Для иллюстрации возможностей предлагаемого подхода были взяты результаты испытаний на одноосное растяжение плоских образцов из перекрестно армированного углепластика шириной 20 мм и длиной 250 мм [13]. При испытаниях проводили измерение деформаций в продольном и поперечном направлениях. Продольные деформации измеряли тремя тензодатчиками, поперечные – двумя. при получении диаграммы деформирования показания одинаково направленных датчиков усредняли. Были испытаны перекрестно армированные структуры с углами укладки относительно продольной оси образца 0°, ±20°, ±40°, ±50°, ±70°, 90°, а также структуры с тремя направ-

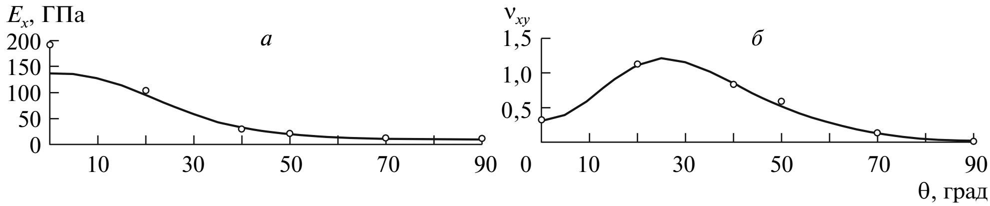

Рис. 1. Зависимости модуля упругости (*а*) и коэффициента Пуассона (*б*) от угла укладки перекрестно армированного углепластика (точки – эксперимент, линии – расчет)

лениями укладки волокон. Наибольшую нелинейность диаграммы напряжение–деформации показали образцы со структурой ±40° и, в несколько меньшей степени, ±50°, что подтверждает предположение, что нелинейность механических свойств композита с различными углами укладки слоев определяется в основном нелинейностью свойств слоя при сдвиге.

В качестве исходных характеристик слоя были взяты следующие значения: $E_1 = 136{,}5$ ГПа, $E_2 = 11{,}1$ ГПа, $G_{12} = 7{,}5$ ГПа, $\nu_{12} = 0{,}31$. Сравнение вычисленных по этим характеристикам модулей упругости и коэффициентам Пуассона для всех структур ±θ с экспериментально определенными значениями показано на рис. 1.

Вид диаграмм деформирования для структур 0° и 90° позволяет предположить, что в главных направлениях ортотропии слоя модули упругости и коэффициенты Пуассона остаются постоянными вплоть до разрушения.

Рассмотрим порядок построения диаграммы деформирования однонаправленного слоя при сдвиге с учетом нелинейной связи касательных напряжений с деформациями сдвига по результатам испытаний на растяжение образцов с укладками ±40°, ±50°.

На основании гипотезы теории слоистых пластин о равенстве деформаций всех слоев при плоском напряженном состоянии. значения сдвиговой деформации γ_{12} в слое θ можно вычислить с помощью соотношения [14] $\{\varepsilon_{12}\} = [T_1^{\theta}]\{\varepsilon_{xy}\}$, где XOY – оси ортотропии пакета, $\{\varepsilon_{xy}\}$ – экспериментально измеренные значения, $[T_1^{\theta}]$ – матрица преобразования деформации при повороте осей координат.

Напряжения относительно осей ортотропии слоя в соответствии с обозначениями [14] вычисляли с помощью соотношения

$$\{\sigma_{xy}^{\theta}\} = [\bar{G}_{xy}^{\theta}][S_{xy}]\{\sigma_{xy}\}, \tag{3}$$

где $[\bar{G}_{xy}^{\theta}]$ – матрица жесткости слоя относительно Oxy; $\{\sigma_{xy}\}$ – вектор внешних напряжений, при одноосном нагружении имеющий одну ненулевую компоненту σ_x.

Соотношение (3) справедливо только на начальном линейном участке деформирования, но в качестве первого приближения используем его для определения значений секущего модуля сдвига g_{66}^{0} (по опытным данным для структур ±40°, ±50°). При этом в качестве элементов матрицы $[\bar{G}_{xy}^{\theta}]$ будем использовать значения секущих модулей упругости для каждой точки экспериментально определенных диаграмм деформирования. Полученные расчетные диаграммы деформирования при сдвиге в плоскости слоя и возможная аппроксимация такой диаграммы приведены на рис. 2.

При реализации алгоритма расчета диаграмм деформирования любой произвольной структуры используем аппроксимацию диаграммы деформирования при сдвиге с помощью двух линейных участков (рис. 2). При этом принимаем значение деформации сдвига, при которой происходит изменение модуля сдвига, $\gamma_{12}^{*} = 0{,}7\%$. Ана-

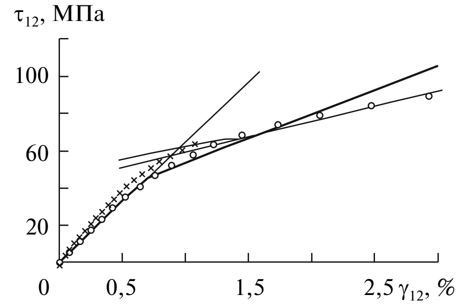

Рис. 2. Расчетно-экспериментальные значения кривых деформирования при сдвиге: кружки получены по диаграмме деформирования вдоль оси нагружения структуры ±40°, крестики – по данным структуры ±50°; сплошная линия – аппроксимация расчетно-экспериментальных данных

литическую зависимость модуля сдвига от деформации можно представить следующим образом:

$$g_{66}(\gamma_{12}) = \overset{0}{g}_{66} - (\overset{0}{g}_{66} - g_{66})H(\gamma_{12} - \gamma_{12}^*), \tag{4}$$

где g_{66} – скорректированное с учетом нелинейности значение модуля сдвига; функция Хевисайда $H(x) = 1$ при $x \geq 0$ и равна нулю при $x < 0$.

Далее возможны два варианта построения диаграмм многослойных пакетов. В первом случае проводим вычисление деформаций по заданным значениям внешней нагрузки, во втором – по заданным деформациям осуществляется расчет соответствующим им напряжений.

Для вычисления деформации при известных значениях нагрузки в соответствии с формулой (1) необходимо вычисление зависящих от γ_{12} компонент матрицы податливости.

Для получения выражения матрицы податливости, удобного для преобразований с учетом (4), представим матрицу жесткости слоя в следующем виде

$$[G_{12}] = \begin{pmatrix} \overset{0}{g}_{11} & \overset{0}{g}_{12} & 0 \\ \overset{0}{g}_{12} & \overset{0}{g}_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \overset{0}{g}_{66}H(\gamma_{12}) \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & (\overset{0}{g}_{66} - g_{66})H(\gamma_{12} - \gamma_{12}^*) \end{pmatrix}. \tag{5}$$

В матричном виде (5) можно записать следующим образом:

$$[G_{12}] = [G_{12}^0] - [G_0]f, \tag{6}$$

где $f = (\overset{0}{g}_{66} - g_{66})H(\gamma_{12} - \gamma_{12}^*)$ – множитель матрицы $[G_0]$, имеющей лишь один ненулевой член.

Матрица жесткости пакета формируется в соответствии с соотношениями теории слоистых пластин [14]

$$[G_{xy}] = \sum_k [T_1^{(k)}][G_{12}][T_1^{(k)}]^T \bar{h}^{(k)}, \tag{7}$$

$$[T_1^{(k)}] = \begin{pmatrix} c^2 & s^2 & -2sc \\ s^2 & c^2 & 2sc \\ sc & -sc & c^2 - s^2 \end{pmatrix}$$ – матрица преобразования элементов матрицы жесткости

при повороте осей координат; $s = \sin\theta$, $c = \cos\theta$, $\bar{h}^{(k)} = h^{(k)}/H$ – относительная толщина k-го слоя; индекс T означает транспонирование матрицы.

Подставляя выражение матрицы жесткости (6) в (7), получаем

$$[G_{xy}] = [G^0_{xy}] - [G]f, \tag{8}$$

где $[G^0_{xy}] = [T^{(k)}_1][G^0_{12}][T^{(k)}_1]^T$, $[G] = [T^{(k)}_1][G_0][T^{(k)}_1]^T$.

Для определения деформаций будем использовать выражение (1). Для получения матрицы податливости проведем обращение матрицы жесткости (8) с помощью ряда матричных преобразований

$$[S_{xy}] = [[G^0_{xy}][[I] + [G^0_{xy}]^{-1}[G]f]]^{-1} = [[I] + [G^0_{xy}]^{-1}[G]f]^{-1}[G^0_{xy}]^{-1}, \tag{9}$$

где $[I]$ — единичная матрица.

Отметим, что при отсутствии нелинейности диаграммы деформирования при сдвиге ($f = 0$), полученные выражения вырождаются в обычные соотношения линейной теории пластин.

Обращение матрицы жесткости $[G^0_{xy}]^{-1} = [S^0_{xy}]$ есть обращение обычной числовой матрицы, что не представляет трудности; более сложной задачей является обращение функциональной части выражения (9). Это выражение при некоторых ограничениях можно разложить в ряд

$$[I - Af]^{-1} = I + Af + (Af)^2 + \ldots, \quad \text{где} \quad [A] = [G^0_{xy}]^{-1}[G]. \tag{10}$$

Ряд в (10) будет сходиться при выполнении некоторых условий связанных с нормой матричного выражения $[A]f$, а именно $\|Af\| < 1$.

Для получения явного вида ряда в (10) проведем диагонализацию матрицы $[A] = [R][D][R]^{-1}$ и подставим это в ряд (1)

$$I + Af + (Af)^2 + \ldots = R(I + Df + (Df)^2 + \ldots)R^{-1}, \tag{11}$$

где матрица R составлена из столбцов нормированных собственных векторов матрицы A, а матрица $D = \mathrm{diag}(\lambda_1\ \lambda_2\ \lambda_3)$ — диагональная матрица собственных значений матрицы A.

Диагональную матрицу в скобках выражения (11) можно свернуть следующим образом:

$$I + Df + (Df)^2 + \ldots = \mathrm{diag}(1 + \lambda_i f + (\lambda_i f)^2 + \ldots) = \mathrm{diag}\left(\frac{1}{1 - \lambda_i f}\right),$$

где λ_i — собственные значения матрицы $[A]$.

С учетом проведенных преобразований выражение для матрицы податливости (9) принимает вид

$$[S_{xy}] = [R]\mathrm{diag}\left(\frac{1}{1 - \lambda_i f}\right)[R]^{-1}[S^0_{xy}]. \tag{12}$$

Матрица податливости является функцией от сдвиговой деформации.

Для проверки предложенного подхода проведем сравнение расчетных и экспериментальных значений деформации для некоторых структур.

Расчет проводили по схеме пошагового накопления деформаций с ростом нагрузки $\varepsilon^{(i+1)}_x = \varepsilon^{(i)}_x + s^{(i)}_{xx}(\sigma^{(i+1)}_x - \sigma^{(i)}_x)$, где i — индекс массива напряжений. соответствующего экспериментальным значениям. Подобное выражение будет справедливо и для поперечных деформаций ε_y. Сравнение расчетных и экспериментальных данных приведено на рис. 3, *а*. Различие между экспериментальными и расчетными значениями

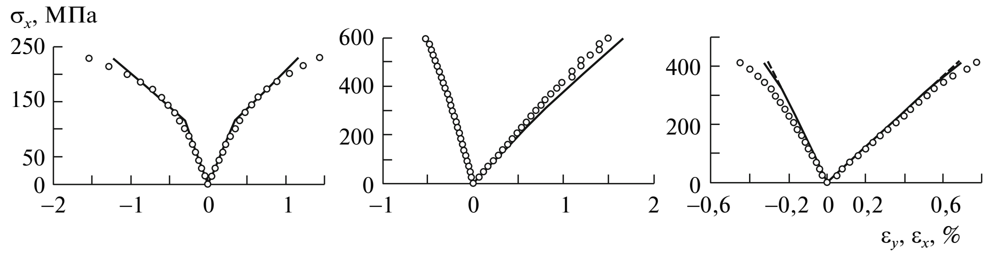

Рис. 3. Расчетные и экспериментальные диаграммы деформирования углепластика со структурой ±40° (*а*), и со структурой $0/\pm 60^\circ_2$ (*б*), и со структурой $90/\pm 30^\circ_2$ (*в*); штриховая линия – упругий расчет

объясняется приближенным характером аппроксимации диаграммы деформирования при сдвиге (рис. 2).

При построении диаграмм деформирования необходимо контролировать уровень сдвиговых деформаций в слоях пакета и при превышении порогового значения корректировать матрицы податливости или жесткости. При одноосном нагружении напряжение, при котором происходит изменение компонент матрицы податливости, вычисляем с помощью выражения $\sigma_x^* = \left|\gamma_{12}^*/2sc(s_{xx} - s_{xy})\right|$.

Результаты расчета кривых деформирования для структур $0/\pm 60^\circ_2$ и $90/\pm 30^\circ_2$ и их сопоставление с опытными данными приведены на рис. 3, *б* и *в*. Напряжения, при которых происходит переход кривых деформирования на нелинейный участок, оказались равными 243 и 340 МПа соответственно. Изменение матриц податливости после выхода деформаций сдвига на нелинейный участок оказалось незначительным, поэтому диаграммы деформирования рассматриваемых структур близки к линейным.

Следует отметить, что на точность прогнозирования существенное влияние оказывают значения характеристик упругости слоя и пороговое значение сдвиговой деформации.

Аппроксимацию диаграммы деформирования слоя при сдвиге в плоскости слоя и в общем случае можно провести с использованием нескольких (более двух) линейных участков, либо с помощью какой-либо гладкой функции. Предложенный подход позволяет учитывать влияние других факторов, таких как упрочнение, накопление повреждений и время нагружения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Работнов Ю.Н., Гуняев Г.М., Кузнецова М.А. и др.* нелинейные зависимости напряжение деформация для углепластиков при непрерывном статическом нагружении // Механика полимеров. 1976. № 1. С. 49–53.
2. *Лагас П.А.* Нелинейный характер зависимости “напряжение–деформация” для слоистых графитоэпоксидных пластиков // Аэрокосмическая техника. 1985. № 4. С. 102–111.
3. *Зиновьев П.А., Песошников Е.М., Попов Б.Г., Таирова Л.П.* Экспериментальное исследование некоторых особенностей деформирования и разрушения слоистого углепластика // Механика композитных материалов. 180. № 2. С. 241–245.
4. *Petit P.H., Waddoups M.E.* A method of predicting the nonlinear behavior of laminated composites // J. Compos. Mat-s. V. 3. January 1969. P. 2–19.
5. *Rotem A., Hashin Z.* Failure modes of angle ply laminates // J. Compos. Mat-s. V. 9. April. 1975. P. 191–206.

6. *Алфутов Н.А., Зиновьев П.А., Таирова Л.П.* Идентификация упругих характеристик однонаправленных материалов по результатам испытаний многослойных композитов // Расчеты на прочность. Вып. 30. М.: Машиностроение, 1989. С. 16–31.
7. *Кравченко О.Л., Вильдеман В.Э.* Моделирование неупругого деформирования перекрестно армированных слоистых композитов // Математическое моделирование систем и процессов. 1997. № 5. С. 49–55.
8. *Hahn H.T., Tsai S.W.* Nonlinear Elastic Behavior of Unidirectional Composite Laminae // Journal of Composite Materials. 1973. V. 7. P. 102–118.
9. *Soden P.D., Kaddour A.S., Hinton M.J.* Recommendations for designers and researchers resulting form the world-wide failure exercise // Composite Science and Tehnology. 2004. V. 64. P. 589–604.
10. *Korontzis D.Yh., Vellios L., Kostopoulos V.* On the viscoelastic response of composite laminates // Mechanics. of Time-Dependent Materials. 2000. V. 4. P. 381–405.
11. *Dumansky A.M., Tairova L.P.* The prediction of viscoelastic properties of layered composites on example of cross ply carbon reinforced plastic // World Congress on Engineering 2007. V. II. London, UK 2–4 July, 2007. P. 1346–1351.
12. *Dumansky A.M., Tairova L.P.* Construction of hereditary constitutive equations of composite laminates // Proceedings of the Second International Conference on Heterogeneous Material Mechanics "Advances in heterogeneous Material Mechanics". June 3–8, Huanshan, China. DEStech Publications, Inc. 2008. P. 934–937.
13. *Думанский А.М., Таирова Л.П., Смердов А.А.* Экспериментальное исследование деформативных и прочностных характеристик углепластика на плоских и трехслойных образцах // Научные материалы Второй междунар. н.-практич. конф. "Аэрокосмические технологии". М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2009. С. 245–246.
14. Композиционные материалы. Справочник / Под ред. В.В. Васильева, Ю.М. Тарнопольского. М.: Машиностроение, 1990. 512 с.

Москва

Поступила в редакцию 28.II.2011
После доработки 11.V.2011