

Модель нелинейного деформирования и накопление повреждений в полимерных композитах

01, январь 1

DOI: 1

Русланцев А. Н., Думанский А. М.

УДК 620.22

Россия, МГТУ им. Н.Э. Баумана
andreiruslantsev@gmail.com
aldumans@yandex.ru

Введение

Полимерные композиционные материалы получают все более широкое распространение в авиационной и ракетной технике, поскольку обладают уникальными физико-механическими характеристиками, без которых реализация многих проектов была бы невозможна, поэтому разработка методов, позволяющих описывать свойства полимерных композитов с учетом структурных и технологических факторов является актуальной задачей.

Большинство моделей деформирования слоистых композитов основаны на создании методов расчета деформации материала с произвольной схемой укладки, основываясь на характеристиках слоя. В [1] экспериментально показано, что механические свойства слоя в направлении армирования слабо зависят от напряжений, в то же время при деформировании слоя в направлении поперек волокон и при сдвиге проявляется нелинейная зависимость E_2 и G_{12} от напряжений. В работе [2] показано незначительное упрочнение при растяжении слоя в направлении армирования.

Во многих работах показано, что нелинейные свойства пакета в основном определяются нелинейностью сдвиговых характеристик слоя [3, 4, 5]. В работе [6] описание нелинейных свойств осуществляется при помощи соотношения Рамберга-Осгуда. В [7] предполагается, что нелинейность вызвана растрескиванием матрицы. В [5] нелинейные свойства слоя при сдвиге аппроксимируются полиномом второй степени.

В данной работе с помощью матричных алгоритмов и аналитической аппроксимации кривых деформирования в плоскости слоя при сдвиге предлагается метод построения нелинейных определяющих соотношений пакета по характеристикам слоя.

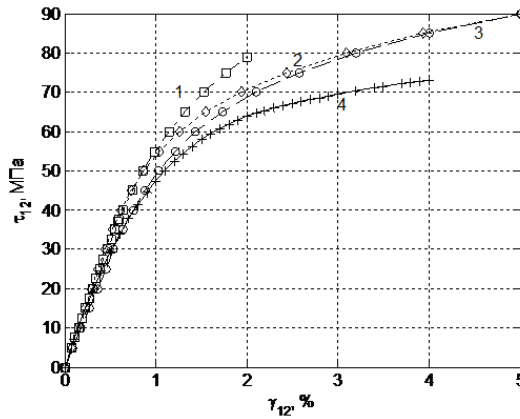


Рис. 1. Кривые деформирования при сдвиге в плоскости слоя. Углепластики AS4/3501-6 (1), IM7/8552 (2), G40/800 (3), стеклопластик LY556/60 (4).

1. Модель нелинейного деформирования

В международном Проекте Third World-Wide Failure Exercise (WWFE-III), посвященном разработке моделей деформирования и разрушения полимерных композитов [1], приведены данные нелинейного деформирования при сдвиге в плоскости слоя (рис. 1).

Поскольку нелинейные свойства слоя и пакета в основном определяются нелинейными свойствами слоя при сдвиге в плоскости слоя [4], выполним аппроксимацию кривой деформирования при сдвиге. Для примера рассмотрим низко модульный высокопрочный углепластик AS4/3501-6, получивший широкое распространение в авиационной и ракетно-космической технике. Упругие характеристики слоя следующие: $E_1 = 126$ МПа, $E_2 = 11$ МПа, $G_{12} = 6.6$ МПа, $\nu_{12} = 0.28$.

Для большинства углепластиков можно выделить начальный линейный участок на диаграмме деформирования при сдвиге, поэтому будем использовать следующую аппроксимацию (рис. 2):

$$\tau_{12} = g_{66}^0 \gamma_{12} - f \cdot H(\tau - \tau^*),$$

где g_{66}^0 – модуль сдвига на начальном участке, $H()$ – функция Хэвисайда, f – аппроксимирующая функция.

Для углепластика AS4/3501-6 для аппроксимации была использована экспоненциальная функция:

$$f(\tau) = 2.0 \cdot \exp(0.024 \cdot (\tau - \tau^*)) \cdot H(\tau - \tau^*),$$

где $\tau^* = 35$ МПа.

Матрицу жесткости слоя представим в следующей форме: $[G_{12}] = [G_{12}^0] - [G_0] \cdot f$, где $[G_{12}^0]$ – матрица жесткости слоя без учета нелинейности, $[G^0] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ – вспомогательная матрица.

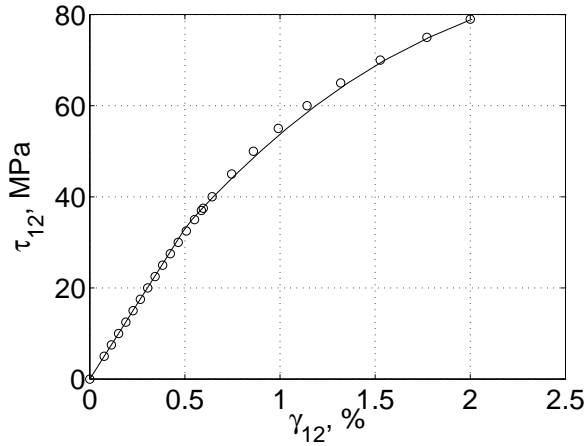


Рис. 2. Аппроксимация кривой деформирования в плоскости сдвига для углеродистого AS4/3501-6. Кружками показана экспериментальная зависимость [1]

Переход к матрице жесткости пакета осуществляется по теории слоистых пластин:

$$[G_{xy}] = \sum_i [T_i][G_{12}][T_i]^T \bar{h}_i = [G_{xy}^0] - [G] \cdot f,$$

где $[G_{xy}^0] = \sum_i [T_i][G_{12}^0][T_i]^T \bar{h}_i$, $[G] = \sum_i [T_i][G_0][T_i]^T \bar{h}_i$, $[T_i]$ – матрица поворота, \bar{h}_i – относительная толщина i -го слоя.

Матрица податливости вычисляется как обратная матрице жесткости:

$$[S_{xy}] = ([G_{xy}^0][I] - [G]f)^{-1} = ([I] - [G_{xy}^0]^{-1}[G]f)^{-1}[G_{xy}^0]^{-1},$$

где I – единичная матрица.

Пусть $[A] = [G_{xy}^0]^{-1}[G]$, $[S_{xy}^0] = [G_{xy}^0]^{-1}$. Произведем диагонализацию матрицы $[A]$: $[A] = [R][D][R]^{-1}$, где $[R]$ – матрица, составленная из нормированных собственных векторов, а $[D] = \text{diag}(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3)$ – диагональная матрица собственных значений.

Тогда, раскладывая в ряд, получим

$$([I] - [A]f)^{-1} = 1 + A f + (A f)^2 + \dots = R(1 + D f + (D f)^2 + \dots)R^{-1},$$

$$1 + D f + (D f)^2 + \dots = \text{diag} \left(\frac{1}{1 - \lambda_i f} \right)$$

Таким образом, матрицу податливости пакета можно представить в следующем виде:

$$[S_{xy}] = [R] \text{diag} \left(\frac{1}{1 - \lambda_i f} \right) [R]^{-1} [S_{xy}^0]$$

Связь между напряжениями и деформациями осуществляется следующим образом

$$\{\varepsilon^{(i)}\} = \{\varepsilon^{(i-1)}\} + [S_{xy}^{(i)}](\{\sigma_{xy}^{(i)}\} - \{\sigma_{xy}^{(i-1)}\}) \quad (1)$$

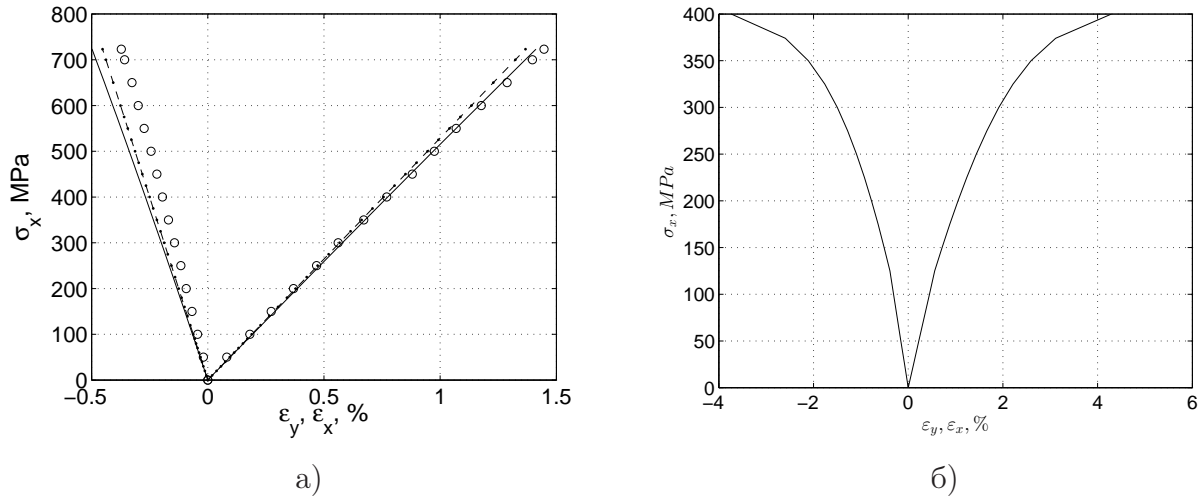


Рис. 3. Зависимость деформаций от напряжений. а) Схема укладки $[0/\pm 45/90]$. Кружками показана экспериментальная зависимость, сплошной линией – теоретическая, пунктирной – без учета нелинейности сдвиговых свойств; б) Схема укладки $[\pm 45]$

Деформаций по осям x и y при одноосном растяжении вдоль оси Ox вычисляются следующим образом:

$$\varepsilon_x^{(i)} = \varepsilon_x^{(i-1)} + s_{xx}(\sigma_x^{(i)} - \sigma_x^{(i-1)})$$

$$\varepsilon_y^{(i)} = \varepsilon_y^{(i-1)} + s_{xy}(\sigma_x^{(i)} - \sigma_x^{(i-1)})$$

При помощи описанной выше модели нелинейного деформирования была построена зависимость продольных и поперечных деформаций пакета со схемой укладки $[0/\pm 45^\circ/90^\circ]$ от величины напряжений. Соответствие экспериментальных и расчетных данных показано на рис. 3.

рис.3

2. Феноменологическая модель накопления повреждений

Представим матрицу податливости в следующем виде:

$$[S_{xy}] = [\Delta S][S_{xy}^0], \quad (2)$$

где $[\Delta S] = [R]diag\left(\frac{1}{1 - \lambda_{if}}\right)[R]^{-1}$.

Запишем выражение (1) с учетом (2)

$$\{\varepsilon_{xy}\} = [\Delta S][S_{xy}^0]\{\sigma_{xy}\}$$

Матрица $[\Delta S]$ показывает влияние нелинейных свойств на деформацию пакета. Ее влияние можно оценить при помощи такой величины, как норма $\|\Delta S\|$. Например, при

деформировании в линейной области функция f равна нулю, матрица $[\Delta S]$ – единичная, и, соответственно, не оказывает влияния на величину деформаций.

Норма матрицы $\|\Delta S\|$ определяется ее собственными числами и равна норме матрицы $diag\left(\frac{1}{1-\lambda_i f}\right)$ [9]. Можно видеть, что в начальный момент норма матрицы равна единице, а с ростом функции f увеличивается и норма $\|S\|$.

Однако величина накопленных повреждений в начальный момент равна нулю, поэтому для оценки величины накопленных повреждений, можно использовать следующее выражение:

$$W = 1 - \frac{1}{\|S\|}$$

В начальный момент его значение равно нулю, а с ростом нормы $\|S\|$ растет и W .

Заключение

Предложена модель, описывающая нелинейное деформирование полимерных композиционных материалов и позволяющая разделить влияние укладки слоев и нелинейность при сдвиге на свойства пакета, выполнен соответствующий расчет для описания нелинейного деформирования образцов из углепластика AS4/3501-6, показывающий удовлетворительное согласие расчетных и экспериментальных данных.

Представлены соображения по описанию накопления повреждений в композитах.

Список литературы

1. Damage prediction in polymeric composites up-date of part (A) of the third world-wide failure exercise (WWFE-III) / Caddour A.S., Hinton M.J., Li S., Smith P.A. // 18th Int-l conference on composite materials. QinetiQ Ltd, 2011. – 48 p.
2. Лагас П.А. Нелинейный характер зависимости «напряжение–деформация» для слоистых графитоэпоксидных пластиков // Аэрокосмическая техника, 1985, №4. Апрель. С. 102-111.
3. Hahn H. T., Tsai S. W. Nonlinear Elastic Behavior of Unidirectional Composite Laminae // Journal of Composite Materials. 1973. V. 7. P. 102–118.
4. Думанский А.М., Русланцев А.Н., Карасева А.А. Расчет нелинейного деформирования перекрестно армированных углепластиков // Материалы IX Международной конференции по неравновесным процессам в соплах и струях (NPNJ'2012), 25-31 мая 2012г., Алушта. М.: Изд-во МАИ, 2012. С. 363-365.
5. Rotem A., Hashin Z. Failure Modes of Angle Ply Laminates // Journal of Composite Materials. 1975. V. 9. P. 191-206.

6. Bogetti T., Hoppel C., Harik V., Newill J., Burns B. Predicting the Nonlinear Response and Progressive Failure of Composite Laminates // In Failure criteria in fibre reinforced polymer composites. Elsevier: 2004. P. 961—975.
7. Schueker C., Petterman H. E. Combining elastic brittle damage with plasticity to model the non-linear behavior of fiber reinforced laminates // In Mechanical response of composites. Computational methods in applied sciences. V. 10. Camanho P. P., Davila C. G., Pinho S. T., Remmers J. J. T. (Eds). Springer, 2008. P. 99—117.
8. Sun T.C., Tao J., Kaddour A.S. The prediction of failure envelopes and stress/strain behavior of composite laminates: Comparison with experimental results // Failure Criteria in Fibre Reinforced Polymer Composites: The World-Wide Failure Exercise. ELSEVIER, 2004. – 1269p. – pp. 890-902.
9. Ланкастер П. Теория матриц. Перев. с англ. // М.: Изд-во «Наука», 1978. – 280с

Model of nonlinear strain and damage accumulation in polymer composites

01, January 1

DOI: 1

Ruslantsev A. N., Dumansky A. M.

Russia, Bauman Moscow State Technical University

andreiruslantsev@gmail.com

aldumans@yandex.ru

The model, based on classical lamination theory equations and non-linear approximation of in-plane shear stress-strain curve of lamina and able to predict non-linear deformation of carbon fiber reinforced plastic (cfrp), is proposed. Explicit expressions of stiffness and compliance matrices are calculated as multiplication of the matrices, corresponding to the elastic characteristics and the matrix, considering non-linear properties of the laminate. A variant of the approximation of in-plane shear stress-strain curve by an exponential function is proposed. Some considerations about damage accumulation in cfrp are made.