

На правах рукописи



Ларюшкин Павел Андреевич

**СИНТЕЗ И АНАЛИЗ МЕХАНИЗМОВ ПАРАЛЛЕЛЬНОЙ СТРУКТУРЫ С
ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ТЕХНИЧЕСКИ ОБОСНОВАННЫХ УСЛОВИЙ
БЛИЗОСТИ К ОСОБЫМ ПОЛОЖЕНИЯМ**

Специальность 2.5.2. Машиноведение

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени

доктора технических наук

Москва 2023

Работа выполнена в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Московский государственный технический университет им. Н. Э. Баумана (национальный исследовательский университет)» (МГТУ им. Н. Э. Баумана)

Научный консультант: **Захаров Михаил Николаевич**
доктор технических наук, профессор,
заведующий кафедрой основ конструирования
машин МГТУ им. Н. Э. Баумана

Официальные оппоненты: **Жога Виктор Викторович**
доктор физико-математических наук, профессор,
профессор кафедры «Динамика и прочность
машин» ФГБОУ ВО «Волгоградский
государственный технический университет»

Лагерев Игорь Александрович
доктор технических наук, доцент,
и.о. ректора ФГБОУ ВО «Кубанский
государственный технологический университет»,
г. Краснодар

Марковец Алексей Владимирович
доктор технических наук, профессор,
заведующий кафедрой машиноведения
ФГБОУ ВО «Санкт-Петербургский
государственный университет промышленных
технологий и дизайна»

Ведущая организация: **ФГАОУ ВО «Московский политехнический университет»**

Защита состоится « 24 » октября 2023 г. в 15:00 на заседании диссертационного совета 24.1.075.01 на базе федерального государственного бюджетного учреждения науки Института машиноведения им. А.А. Благонравова Российской академии наук (ИМАШ РАН) по адресу: 101000, Москва, М. Харитоньевский пер., д. 4.

Отзывы на автореферат в двух экземплярах, заверенных гербовой печатью учреждения (организации), просьба направлять по адресу: 101000, Москва, М. Харитоньевский пер., д. 4., ученому секретарю совета 24.1.075.01.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ИМАШ РАН и на сайте <http://imash.ru/>

Автореферат разослан « ___ » _____ 202_ г.

Ученый секретарь
диссертационного совета, д.т.н.



Рашоян Гагик Володяевич

Актуальность темы исследования

Технологическое развитие различных отраслей народного хозяйства невозможно без существенного прогресса в области машиностроения и, в частности, автоматизации производства. Одним из основных трендов последних десятилетий является повсеместное внедрение робототехнических комплексов и систем в различных технологических процессах. Данный тренд актуален как в условиях свободного рынка и международной конкуренции, поскольку высокая эффективность производства позволяет привлекать дополнительные инвестиции в экономику страны, так и в условиях необходимости развития локального производства и импортозамещения.

Значительное удешевление электронных и относительная доступность механических компонентов позволили за последние годы существенно расширить применение различных мехатронных и робототехнических устройств. Так, например, устройства для быстрого прототипирования, использующие аддитивные технологии (3D принтеры), или станки с ЧПУ для фрезерной обработки изделий доступны даже на любительском уровне и, благодаря совершенствованию программного обеспечения, не требуют наличия у пользователя специальной подготовки. Это позволяет применять такое оборудование не только на крупных производствах, но и на небольших индивидуальных предприятиях. Совершенствование робототехники, однако, невозможно без развития фундаментальных знаний как в области систем управления, так и в области теории синтеза и анализа механизмов роботов.

Начиная с восьмидесятых годов XX века, активно развиваются исследования механизмов параллельной структуры, состоящих из замкнутых кинематических цепей. Такие механизмы обладают определенными преимуществами над традиционными роботами последовательной структуры. Так, расположение приводных устройств на неподвижном основании позволяет существенно снизить массу подвижных частей, а значит снизить динамические нагрузки на элементы механизма и повысить скорость манипулирования. Наличие нескольких кинематических цепей, соединяющих основание с выходным звеном, позволяет повысить жесткость механизма за счет распределения нагрузки между цепями. Следствием этого также является более высокая грузоподъемность механизмов данного типа относительно собственного веса подвижных частей по сравнению с механизмами последовательной структуры. Отмеченные достоинства обусловили широкое распространение механизмов параллельной структуры в различных отраслях производства, начиная от сортировочно-упаковочных роботов и заканчивая механизмами ориентации телескопов.

Стоит, однако, заметить, что указанные механизмы имеют также и ряд недостатков. В первую очередь – ограниченное рабочее пространство и наличие так называемых особых положений, оказывающих влияние на функциональные характеристики механизмов. Управление механизмами параллельной структуры также представляет собой достаточно сложную задачу ввиду нелинейной связи между параметрами движения приводов и перемещений выходного звена с рабочим органом.

Несмотря на большое число научных трудов, посвященных анализу механизмов параллельной структуры, в данной области знаний по-прежнему остаются нерешенные или частично решенные задачи. Это объясняется тем, что исследователями зачастую рассматриваются частные случаи многих задач, а обобщение предлагаемых в работах подходов и методов на более широкий спектр механизмов представляет значительные трудности. Так, например, в обобщении методов анализа особых положений механизмов данного типа трудами отечественных и зарубежных ученых за последние десятилетия достигнуты значительные успехи, но, в то же время, некоторого «золотого стандарта» оценки близости к ним не выработано. Многие из предложенных исследователями критериев близости к особым положениям представляют собой удобные для вычисления математические величины или индексы, которые, однако, зачастую не могут быть явным образом связаны с характеристиками реальных устройств, а их значение не может быть измерено или проверено экспериментально. В то же время практическая задача определения близости к особым положениям имеет большое значение для параметрического синтеза механизмов, планирования траектории и эксплуатации, поскольку ее решение позволяет повысить точность и достоверность инженерных расчетов реальных устройств и совершенствовать методы их конструирования.

Таким образом, данная работа, посвященная выработке физически измеримых и технически обоснованных критериев близости к особым положениям, явным образом связанных с характеристиками механизмов, а также методов их расчета представляется актуальной с точки зрения научной и практической значимости.

Область исследования

Область исследования диссертации соответствует пунктам 1, 2, 3, 4 паспорта научной специальности 2.5.2. Машиноведение:

- синтез структурных и кинематических схем механизмов и обобщенных структурных схем машин, оптимизация параметров;
- теория и методы проектирования машин и механизмов, систем приводов, узлов и деталей машин;
- методы кинематического и динамического анализа, в том числе математического моделирования, анимационного и экспериментального исследования механизмов;
- повышение точности и достоверности расчетов объектов машиностроения, разработка нормативной базы проектирования, испытания и изготовления объектов машиностроения;

Цель работы

Целью работы является повышение точности и достоверности расчетов характеристик устройств, создаваемых на базе механизмов параллельной структуры, и расширение их функциональных возможностей за счет совершенствования методов анализа особых положений и близости к ним.

Задачи, решаемые в работе

Для достижения поставленной цели решаются следующие задачи:

- разработка классификации особых положений, характеризующей изменение подвижности механизма, и формализация условий их возникновения с помощью математического аппарата винтового исчисления;
- теоретическое обоснование обобщенных подходов к оценке близости к особым положениям, основанных на анализе матрицы Якоби механизма и аппарате винтового исчисления, с использованием физически измеримых критериев, напрямую связанных с характеристиками механизмов;
- разработка общих практических алгоритмов расчета критериев близости к особым положениям с учетом различных особенностей структуры механизмов, а также программная реализация данных алгоритмов;
- создание математических моделей различных механизмов параллельной структуры, позволяющих проводить их анализ с использованием предлагаемых методов и алгоритмов, а также разработка прикладных программ, реализующих расчеты с использованием указанных моделей;
- проверка применимости предложенных методов расчета критериев близости к особым положениям на примере механизмов параллельной структуры с различными типами степеней свободы выходного звена;
- верификация разработанных методов расчета критериев близости к особым положениям путем проведения экспериментальных исследований на физическом прототипе механизма параллельной структуры;
- применение предложенных методов и алгоритмов в процессе выбора геометрических параметров (параметрического синтеза), анализа и решения практических инженерных задач конструирования реального устройства согласно требованиям технического задания.

Научная новизна

- предложена классификация особых положений механизмов параллельной структуры, включающая четыре их типа, характеризующих конкретные случаи изменения подвижности механизма, при этом условия их возникновения формализованы с применением винтового исчисления, что позволяет использовать его математический аппарат при итерационном анализе рабочей зоны;
- разработаны оригинальные методы оценки близости к особым положениям различных типов, где в качестве критериев предлагается использовать значения скоростей в приводах, приводные усилия или обобщенные реакции, рассчитанные для наилучших возможных направлений скорости выходного звена или внешней нагрузки, что позволяет при анализе учитывать требования к техническим характеристикам механизмов;
- впервые теоретически обоснована возможность трактовки кинематических и силовых винтов в качестве элементов шестимерного векторного пространства при проведении промежуточных расчетов, что позволяет при работе с винтами в качестве альтернативы традиционному геометрическому подходу

использовать методы линейной алгебры, и, как следствие, унифицировать алгоритмы анализа для различных механизмов;

– созданы универсальные математические модели механизмов параллельной структуры с различным числом и типами степеней свободы, позволяющие проводить анализ данных механизмов как с использованием матрицы Якоби, так и с применением винтового исчисления, что, в свою очередь, дает возможность взаимной проверки результатов расчетов, проведенных разными методами;

– синтезированы новые схемы механизмов параллельной структуры: семейства сферических механизмов с круговой направляющей, поступательно направляющего механизма и механизма семейства Delta с четырьмя степенями свободы.

Практическая значимость

– созданы прикладные программы, использующие разработанные математические модели механизмов параллельной структуры с различным числом степеней свободы и позволяющие проводить их анализ с применением предложенных методов;

– разработаны и реализованы в виде прикладных программ практические алгоритмы определения особых положений различных типов и вычисления значений критериев близости к ним с использованием матрицы Якоби и винтового исчисления;

– создана действующая модель нового механизма семейства Delta с четырьмя степенями свободы, позволяющая проводить экспериментальные исследования изменения его характеристик при приближении к особым положениям;

– предложена и отработана методика экспериментальной проверки теоретических расчетов усилий в приводах для механизмов параллельной структуры с шаговыми двигателями, с помощью которой подтверждены результаты теоретических расчетов, проведенных для механизма семейства Delta с четырьмя степенями свободы;

– впервые получены экспериментальные данные, свидетельствующие об обратной корреляции погрешности вычисления усилий в приводах и изменения жесткости механизма при приближении к особым положениям;

– с использованием предложенных в работе методов по требованиям технического задания разработано и изготовлено реальное устройство, предназначенное для использования в качестве механизма перемещения печатных головок установки для 3D-печати микроэлектроники.

Реализация результатов работы

Научные результаты, полученные в работе, были использованы при выполнении следующих научно-исследовательских работ, в которых автор принимал участие в качестве исполнителя или руководителя:

– проект 9.5309.2017/БЧ «Разработка методов структурного синтеза и анализа манипуляторов параллельной структуры с учетом влияния близости к

особым положениям на их кинематические и прочностные характеристики» в рамках базовой части государственного задания Министерства образования и науки РФ в сфере научной деятельности на 2017-2019 гг. (МГТУ им. Н. Э. Баумана);

– проект 21-79-10409 «Разработка методов проектирования и алгоритмов анализа пространственных механизмов, образованных кинематическими цепями с разным типом наложенных связей» в рамках гранта Российского научного фонда на 2021-2024 гг. (ИМАШ РАН);

– проект 23-29-00789 «Разработка методов синтеза и анализа механизмов параллельной структуры, имеющих кинематическую и приводную избыточность» в рамках гранта Российского научного фонда на 2023-2024 гг. (ИМАШ РАН).

Получено 3 патента РФ на изобретение (RU 2785706, RU 2466013, RU 2466014), 2 патента РФ на полезную модель (RU 174484, RU 113193), а также 1 свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ (RU 2020613897).

Результаты, полученные в диссертации, приняты к использованию в научно-исследовательских и опытно-конструкторских работах профильных организаций, а также в учебном процессе кафедры основ конструирования машин МГТУ им. Н.Э. Баумана.

Методы исследования

В работе использованы методы теоретической механики, теории механизмов и машин, линейной алгебры и математического анализа, численные методы (включающие, в том числе, компьютерное моделирование), а также винтовое исчисление.

Основные положения, выносимые на защиту

– классификация особых положений механизмов параллельной структуры и математическое описание условий их возникновения с использованием винтового исчисления;

– оригинальные методы анализа близости к особым положениям различных типов, с использованием матрицы Якоби механизма и винтового исчисления;

– практические алгоритмы анализа особых положений различных типов и близости к ним, в том числе использующие методы линейной алгебры при операциях с кинематическими и силовыми винтами;

– новые схемы механизмов параллельной структуры: семейства сферических механизмов с круговой направляющей, поступательно направляющего механизма и механизма Delta с четырьмя степенями свободы;

– результаты теоретических и экспериментальных исследований, подтверждающие применимость предлагаемых методов и алгоритмов для анализа механизмов параллельной структуры с различным числом степеней свободы.

Достоверность полученных результатов

Достоверность результатов подтверждается использованием общепринятых расчетных методик и допущений, характерных для работ в области теоретической

механики и теории механизмов и машин, применением современного программного обеспечения, а также проверкой теоретических результатов в натуральных экспериментах.

Апробация работы

Основные результаты, полученные в работе, были представлены на следующих конференциях: XXIII, XXVIII, XXIX, XXX Международные инновационные конференции молодых ученых и студентов (МИКМУС): Москва, 2011, 2016 – 2018; 19th, 20th, 23rd, 24th CISM-IFTOMM Symposium on Robot Design, Dynamics and Control (ROMANSY): Paris (France), 2012, Moscow, 2014, Sapporo (Japan), 2020, Udine (Italy) 2022; 4th European Conference on Mechanism Science (EuCoMeS): Santander (Spain), 2012; 14th IFTOMM World Congress: Taipei (Taiwan) 2015; 2nd International Conference of Artificial Intelligence, Medical Engineering, Education (AIMEE): Moscow, 2018; International Conference on Artificial Intelligence, Robotics and Control (AIRC): Cairo (Egypt) 2019; 15th International Conference “Intelligent Systems” (INTELS): Moscow, 2022.

Публикации

По теме проведенных исследований опубликовано 47 работ, в том числе: 10 статей в периодических изданиях, включенных в Перечень ВАК РФ; 12 статей в российских периодических изданиях, индексируемых в международных библиографических базах Web of Science и Scopus; 13 статей в зарубежных изданиях, индексируемых в базах Web of Science и Scopus. Дополнительно получено 3 патента РФ на изобретение, 2 патента РФ на полезную модель и 1 свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ.

Объем и структура работы

Диссертационная работа состоит из введения, 8 глав, заключения, списка литературы из 278 наименований. Объем диссертации составляет 304 страницы, включая 121 рисунок и 6 таблиц.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении обоснована актуальность темы диссертации, сформулированы цель работы и решаемые в ней задачи, научная новизна, практическая значимость и положения, выносимые на защиту

В первой главе рассматриваются общие сведения о механизмах параллельной структуры и областях их применения. Показано, что требования к реальным устройствам на базе механизмов данного класса могут существенно отличаться в зависимости от его назначения. При этом спектр применений подобных механизмов чрезвычайно широк.

Также в главе рассмотрена проблема особых положений механизмов параллельной структуры. Приведены существующие классификации таких положений, их математическое описание, достоинства и недостатки каждой классификации. Проанализированы наиболее часто применяемые подходы для борьбы с особыми положениям. Показано, что при избегании таких положений

необходима оценка близости к ним. При этом большинство существующих критериев, являясь удобными для расчетов, зачастую не связаны с реальными характеристиками устройств, не могут быть измерены, либо выбор их критического допустимого значения представляет сложность.

В главе анализируются работы таких исследователей, как Э. Гоф, К. Хант, К. Сугимото, К. Госслен, Х. Анджелес, В. Аракелян, С. Брио, С. Кун, Ж.-П. Мерле, Р. Клавель, М. Карригато, М. Чеккарелли, И. Бонев, Д. Златанов, Ф. Венгер, Ю. Такеда, И.-М. Чэнь, Л. Цай, Ж. Эрве, А. Мюллер, Дж. Даффи, Д. Стюарт, Ф.М. Диментберг, А.Ф. Крайнев, В.А. Глазунов, А.Ш. Колискор, А.И. Корендясев, Л.И. Тывес, Г.В. Рашоян, Г.С. Филиппов, А.С. Фомин, А.В. Антонов, А.К. Алешин, К.А. Шалюхин, С.В. Хейло и др.

На основе проведенного анализа современного состояния исследований в данной области делается вывод об актуальности работы по разработке физически измеримых и технически обоснованных критериев близости к особым положениям и методов и алгоритмов их расчета.

Во второй главе приводятся общие сведения о винтовом исчислении и формулируется классификация особых положений, основанная на изменении подвижности механизма. Далее вводятся критерии близости к особым положениям, а также методы и практические алгоритмы расчета их значений с учетом различных особенностей механизмов.

Каждой кинематической паре i -й кинематической цепи может быть поставлен в соответствие единичный кинематический винт ($\mathbf{t}_{a,i}$ – для активной пары, $\mathbf{t}_{п,i}$ – для пассивной). Данные винты формируют пространство (группу винтов) \mathbf{T}_i , характеризующее перемещения выходного звена, реализуемые цепью (Рис. 1):

$$\mathbf{T}_i = \text{span}(\mathbf{t}_{ai,1}, \dots, \mathbf{t}_{ai,N_{ai}}, \mathbf{t}_{пi,1}, \dots, \mathbf{t}_{пi,N_{пi}}).$$

где N_i – число соответствующих (активных или пассивных) пар в цепи.

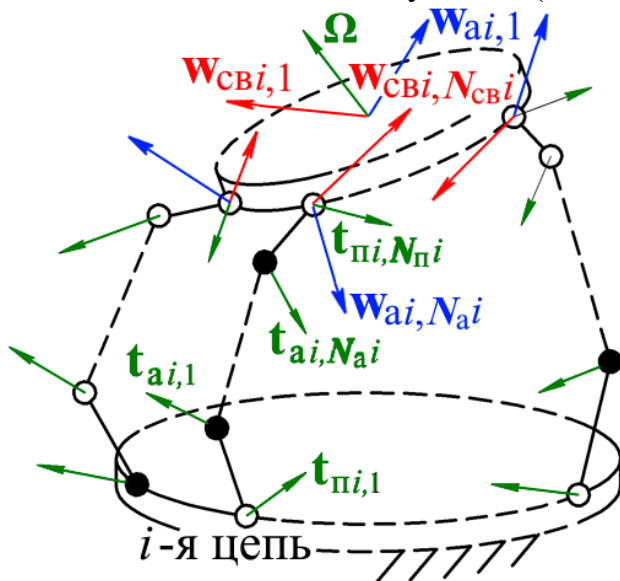


Рис. 1. Кинематические и силовые винты механизма (общий случай)

Кинематический винт выходного звена Ω , содержащий его мгновенные скорости, принадлежит группе винтов возможных перемещений Φ :

$$\Phi = \bigcap_{i=1}^U \mathbf{T}_i,$$

где U – число цепей механизма.

Если цепь накладывает связи на выходное звено, то они могут быть охарактеризованы группой силовых винтов связей $\mathbf{W}_{свi}$ (группу связей всего механизма обозначим как \mathbf{C}):

$$\mathbf{W}_{свi} = \{ \mathbf{w}_{свi} \mid \mathbf{w}_{свi} \circ \mathbf{t}_i = 0 \quad \forall \mathbf{t}_i \in \mathbf{T}_i \},$$

$$\mathbf{C} = \bigcup_{i=1}^U \mathbf{W}_{свi}.$$

Кроме того, для каждой j -й активной пары i -й цепи существует приводной силовой винт:

$$\mathbf{w}_{ai,j} \circ \mathbf{t}_i = 0 \quad \forall \mathbf{t}_i \in \mathbf{T}_i \mid \mathbf{t}_i \neq \mathbf{t}_{ai,j}, \quad \mathbf{w}_{ai,j} \perp \mathbf{w}_{сви,k} \quad \forall \mathbf{w}_{сви,k} \in \mathbf{W}_{сви}.$$

Особые положения механизмов параллельной структуры могут быть классифицированы следующим образом (Табл. 1).

Табл. 1. Классификация особых положений

Тип	Характеристика	Условие возникновения
«ПС»	Потеря степени свободы выходным звеном	$\dim(\Phi) < n$
«ПУ»	Потеря управляемости выходным звеном – приобретение выходным звеном неконтролируемой подвижности в рамках изначальных степеней свободы механизма	$\begin{cases} \bigcap_{i=1}^U \mathbf{T}_{pi} \neq 0 \\ \dim(\mathbf{C}) = 6 - n \end{cases}$
«ВС»	Вырождение связей – приобретение выходным звеном новой неуправляемой степени свободы	$\dim(\mathbf{C}) < 6 - n$
«ПП»	Наличие подвижности промежуточных звеньев при неподвижном выходном звене и приводных кинематических парах	$\dim(\mathbf{T}_{pi}) < N_{pi}$

Здесь \mathbf{T}_{pi} – группа кинематических винтов пассивных пар i -й цепи.

Для любой цепи справедливо следующее уравнение скоростей:

$$\sum_{j=1}^{N_{ai}} \dot{q}_{ai,j} \mathbf{t}_{ai,j} + \sum_{k=1}^{N_{pi}} \dot{q}_{pi,k} \mathbf{t}_{pi,k} = \Omega.$$

где \dot{q} – скорость в соответствующей (согласно индексу) кинематической паре.

С учетом взаимности приводного винта $\mathbf{w}_{ai,j}$ всем кинематическим винтам цепи, кроме $\mathbf{t}_{ai,j}$:

$$\dot{q}_{ai,j} \mathbf{t}_{ai,j} \circ \mathbf{w}_{ai,j} = \Omega \circ \mathbf{w}_{ai,j} \quad \Rightarrow \quad \dot{q}_{ai,j} = \frac{\Omega \circ \mathbf{w}_{ai,j}}{\mathbf{t}_{ai,j} \circ \mathbf{w}_{ai,j}}.$$

При приближении к особому положению типа «ПС» $\mathbf{t}_{ai,j} \circ \mathbf{w}_{ai,j} \rightarrow 0$, соответственно $\dot{q}_{ai,j} \rightarrow \infty$. Рост значений скоростей в активных парах при приближении к особым положениям указанного типа позволяет использовать их в качестве критерия близости к ним. Такой критерий обладает ясным физическим смыслом и может быть измерен экспериментально. Кроме того, если известны характеристики двигателя, то с использованием этого критерия можно сформулировать условие недопустимой близости к особому положению, заключающееся в превышении расчетным значением скорости в приводе некоторого предельно допустимого паспортного значения для данного двигателя.

При $\|\Omega\| = const$ значение скорости в i -й активной паре будет максимально в том случае, если

$$\Omega = \Omega_{ai,j}^{\max} \propto \mathbf{S} \mathbf{w}_{ai,j}, \quad \mathbf{S} = \begin{pmatrix} \mathbf{0}_3 & \mathbf{I}_3 \\ \mathbf{I}_3 & \mathbf{0}_3 \end{pmatrix}.$$

Верхний индекс «max» в данном случае означает, что винт характеризует некоторое «наихудшее» направление скорости выходного звена, для которого значение $\dot{q}_{ai,j}$ максимально. С учетом того, что такой винт должен описывать движение, разрешаемое всеми цепями:

$$\mathbf{\Omega} = \mathbf{\Omega}_{ai,j}^{\Phi \max} = \text{proj}_{\Phi} \left(\mathbf{\Omega}_{ai,j}^{\max} \right) = \sum_{p=1}^n \langle \mathbf{\Omega}_{ai,j}^{\max}, \boldsymbol{\varphi}_p \rangle \cdot \boldsymbol{\varphi}_p,$$

где $\boldsymbol{\varphi}_1, \boldsymbol{\varphi}_2, \dots, \boldsymbol{\varphi}_n$ – ортонормированный базис Φ .

Тогда окончательно выражение для определения значения критерия близости к особым положениям типа «ПС» можно записать следующим образом:

$$\max \left(\dot{q}_{ai,j} \right) = \max \left(\left| \frac{\mathbf{\Omega}_{ai,j}^{\Phi \max} \circ \mathbf{w}_{ai,j}}{\mathbf{t}_{ai,j} \circ \mathbf{w}_{ai,j}} \right| \right).$$

Критерий близости к особым положениям типов «ПУ» и «ВС» может быть получен с использованием той же логики, но на основе анализа винтового уравнения равновесия относительно винта внешней нагрузки \mathbf{L} :

$$\sum_{i=1}^U \left(\sum_{j=1}^{N_{ai}} r_{ai,j} \mathbf{w}_{ai,j} + \sum_{k=1}^{6-n_i} r_{cvi,k} \mathbf{w}_{cvi,k} \right) = \mathbf{L}.$$

Введем кинематические винты $\boldsymbol{\tau}_{ai,j}$ и $\boldsymbol{\tau}_{cvi,k}$:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\tau}_{ai,j} \circ \mathbf{w}_{cvi} &= 0 \quad \forall \mathbf{w}_{cvi}; & \boldsymbol{\tau}_{ai,j} \circ \mathbf{w}_{ai} &= 0 \quad \forall \mathbf{w}_{ai} \mid \mathbf{w}_{ai} \neq \mathbf{w}_{ai,j}, \\ \boldsymbol{\tau}_{cvi,k} \circ \mathbf{w}_{ai} &= 0 \quad \forall \mathbf{w}_{ai}; & \boldsymbol{\tau}_{cvi,k} \circ \mathbf{w}_{cvi} &= 0 \quad \forall \mathbf{w}_{cvi} \mid \mathbf{w}_{cvi} \neq \mathbf{w}_{cvi,k}. \end{aligned}$$

Тогда

$$\begin{aligned} r_{ai,j} \mathbf{w}_{ai,j} \circ \boldsymbol{\tau}_{ai,j} &= \mathbf{L} \circ \boldsymbol{\tau}_{ai,j} \quad \Rightarrow \quad r_{ai,j} = \frac{\mathbf{L} \circ \boldsymbol{\tau}_{ai,j}}{\mathbf{w}_{ai,j} \circ \boldsymbol{\tau}_{ai,j}}, \\ r_{cvi,k} \mathbf{w}_{cvi,k} \circ \boldsymbol{\tau}_{cvi,k} &= \mathbf{L} \circ \boldsymbol{\tau}_{cvi,k} \quad \Rightarrow \quad r_{cvi,k} = \frac{\mathbf{L} \circ \boldsymbol{\tau}_{cvi,k}}{\mathbf{w}_{cvi,k} \circ \boldsymbol{\tau}_{cvi,k}}. \end{aligned}$$

При приближении к особым положениям типа «ПУ» $\mathbf{w}_{ai,j} \circ \boldsymbol{\tau}_{ai,j} \rightarrow 0$ и $r_{ai,j} \rightarrow \infty$, а при приближении к особым положениям типа «ВС» $\mathbf{w}_{cvi,k} \circ \boldsymbol{\tau}_{cvi,k} \rightarrow 0$ и $r_{cvi,k} \rightarrow \infty$. Аналогично рассмотренному выше случаю со скоростями, при $\|\mathbf{L}\| = \text{const}$

$$\mathbf{L}_{ai,j}^{\max} \propto \mathbf{S} \boldsymbol{\tau}_{ai,j}; \quad \mathbf{L}_{cvi,k}^{\max} \propto \mathbf{S} \boldsymbol{\tau}_{cvi,k}.$$

Таким образом, критерием близости к особым положениям типа «ПУ» или «ВС» может служить максимальное из значений обобщенной реакции $r_{ai,j}$ (для «ПУ») или $r_{cvi,k}$ (для «ВС»), рассчитанных для соответствующих «наихудших» направлений винта \mathbf{L} :

$$\begin{aligned} \max \left(r_{ai,j} \right) &= \max \left(\left| \frac{\mathbf{L}_{ai,j}^{\max} \circ \boldsymbol{\tau}_{ai,j}}{\mathbf{w}_{ai,j} \circ \boldsymbol{\tau}_{ai,j}} \right| \right), \\ \max \left(r_{cvi,k} \right) &= \max \left(\left| \frac{\mathbf{L}_{cvi,k}^{\max} \circ \boldsymbol{\tau}_{cvi,k}}{\mathbf{w}_{cvi,k} \circ \boldsymbol{\tau}_{cvi,k}} \right| \right). \end{aligned}$$

Значения данных обобщенных реакций являются коэффициентами при соответствующих винтах и сами по себе не имеют физического смысла. Однако обобщенная реакция, умноженная на винт, соответствует нагрузке (силам и моментам), воспринимаемой кинематической цепью, что, в свою очередь, позволяет рассчитывать значения нагрузок на конструктивные элементы цепи, которые не должны превышать некоторых допустимых значений, определяемых, например, прочностью данных элементов. При этом из обобщенной реакции $r_{ai,j}$ может быть вычислено максимальное значение усилия в соответствующем приводе, ограничиваемое на практике некоторым допустимым паспортным значением.

Для оценки близости к особым положениям типа «ПП» при неподвижных выходном звене и активных парах отдельная кинематическая цепь может быть рассмотрена как одноконтурный механизм параллельной структуры с нулевой подвижностью, для которого, теоретически, может быть вычислено значение критерия близости к особым положениям типа «ВС». При этом силовые винты связи такого механизма будут линейно зависимы, в результате чего значение данного критерия не будет иметь ясного физического смысла. Можно также утверждать, что оценка близости к особым положениям типа «ПП» не имеет практической ценности, поскольку особые положения данного типа могут быть исключены за счет конструктивных решений в реальных устройствах (примеры: платформа Гофа-Стюарта, некоторые исполнения механизма Delta). По указанным причинам данный тип особых положений в работе далее не рассматривался.

При использовании предложенных критериев возможно рассмотрение и, соответственно, нормализация линейных и угловых компонентов винтов по отдельности, что позволяет избежать необходимости совместной нормализации разных по физическому смыслу компонентов величин.

Для скоростей:

$$\dot{q}_{ai,j} = \frac{\left| \langle \Omega_{ai,j}^{\omega \max}, \Omega_{ai,j}^{\max} \rangle \right|}{\left| \langle \mathbf{t}_{ai,j}, \Omega_{ai,j}^{\max} \rangle \right|} + \frac{\left| \langle \Omega_{ai,j}^{\mathbf{v} \max}, \Omega_{ai,j}^{\max} \rangle \right|}{\left| \langle \mathbf{t}_{ai,j}, \Omega_{ai,j}^{\max} \rangle \right|}.$$

Здесь верхний индекс ω означает, что компоненты винта включают только угловые скорости, а \mathbf{v} – только линейные.

Для обобщенных реакций:

$$r_{ai,j} = \frac{\left| \mathbf{L}_{ai,j}^{\mathbf{f} \max} \circ \boldsymbol{\tau}_{ai,j} \right|}{\left| \mathbf{w}_{ai,j} \circ \boldsymbol{\tau}_{ai,j} \right|} + \frac{\left| \mathbf{L}_{ai,j}^{\mathbf{m} \max} \circ \boldsymbol{\tau}_{ai,j} \right|}{\left| \mathbf{w}_{ai,j} \circ \boldsymbol{\tau}_{ai,j} \right|},$$

где индекс \mathbf{f} обозначает силовой винт – чистую силу, а \mathbf{m} – чистый момент.

Критерии близости к особым положениям типов «ПС» и «ПУ» также могут быть вычислены с использованием матрицы Якоби механизма. В частности, для скоростей справедливо следующее соотношение, использующее обратную матрицу Якоби $\mathbf{J}_{об}$:

$$\dot{\mathbf{q}}_a = \mathbf{J}_{об} \begin{pmatrix} \dot{\mathbf{x}}_{\omega} \\ \dot{\mathbf{x}}_{\mathbf{v}} \end{pmatrix},$$

где $\dot{\mathbf{q}}_a$ – вектор скоростей в активных парах, \mathbf{x}_{ω} , $\mathbf{x}_{\mathbf{v}}$ – вектора угловых и линейных скоростей выходного звена.

Обратная матрица Якоби определяется аналитически путем дифференцирования уравнений связи $F(\mathbf{x}, \mathbf{q}_a) = 0$, записанных в неявном виде:

$$\mathbf{J}_{об} = - \frac{\partial F(\mathbf{x}, \mathbf{q}_a)}{\partial \mathbf{x}} \bigg/ \frac{\partial F(\mathbf{x}, \mathbf{q}_a)}{\partial \mathbf{q}_a}.$$

Разделяя i -ю строку обратной матрицы Якоби $\mathbf{j}_{обi}$ на два вектора, подобно рассмотренному выше случаю, получим

$$\dot{q}_{ai}^{max} = \|\dot{\mathbf{x}}_{\omega}\| \cdot \|\mathbf{j}_{обi}^{\omega}\| + \|\dot{\mathbf{x}}_v\| \cdot \|\mathbf{j}_{обi}^v\|.$$

Аналогичное выражение может быть записано для транспонированной матрицы Якоби \mathbf{J}^T , вектора приводного усилия в i -й паре e_{ai} и вектора внешней нагрузки \mathbf{L} :

$$e_{ai}^{max} = \|\mathbf{L}_f\| \cdot \|\mathbf{j}_{Ti}^f\| + \|\mathbf{L}_m\| \cdot \|\mathbf{j}_{Ti}^m\|.$$

Анализ особых положений и близости к ним удобно проводить итерационным методом, при котором с достаточно малым шагом проводится перебор точек рабочей зоны, и в каждой из них проводится вычисление требуемых величин.

Для отыскания особых положений необходимо сначала получить уравнения связи. Далее требуется найти матрицы \mathbf{A} и \mathbf{B} (метод Анджелеса-Госслена). Компоненты данных матриц могут быть вычислены следующим образом:

$$a_{i,j} = \frac{\partial F_i(\mathbf{x}, \mathbf{q}_a)}{\partial x_j}, \quad b_{i,i} = \frac{\partial F_i(\mathbf{x}, \mathbf{q}_a)}{\partial q_{ai}}.$$

Затем в каждой анализируемой точке требуется рассчитать определители матриц \mathbf{A} и \mathbf{B} , а также определитель матрицы координат всех силовых винтов механизма \mathbf{W} . Тогда при достаточно малом шаге перебора, если между двумя соседними точками определитель матрицы \mathbf{B} меняет знак, то между этими точками существует особое положения типа «ПС». Аналогичным образом для поиска особых положений типа «ПУ» можно использовать определитель матрицы \mathbf{A} , а для типа «ВС» – произведение $\det(\mathbf{A})\det(\mathbf{W})$.

Для анализа, собственно, близости к особым положениям с использованием матрицы Якоби необходимо сначала вычислить (по аналитическим зависимостям) матрицу $\mathbf{J}_{об}$, а также (численно) матрицу $\mathbf{J} = (\mathbf{J}_{об})^{-1}$. Далее для каждой активной пары вычисляются максимальные скорости или максимальные приводные усилия путем расчета нормы соответствующий строки матрицы $\mathbf{J}_{об}$ или \mathbf{J}^T соответственно.

При использовании винтового для каждой цепи формируется матрица координат кинематических винтов \mathbf{T}_i , а затем матрица, характеризующая пространство запрещаемых цепью перемещений $\mathbf{T}_i = \ker(\mathbf{T}_i)$. Далее для каждой активной пары цепи определяется наихудший винт выходного звена (при необходимости производится его проецирование на пространство Φ).

$$\Omega_{ai,j}^{max} = \ker \begin{pmatrix} \mathbf{T}_i^{\perp} \\ \mathbf{T}_i - \mathbf{t}_{ai,j} \end{pmatrix}.$$

Найденный винт разделяется на два, один из которых содержит только угловые, а второй только линейные компоненты. После нормализации данных

винтов рассчитываются значения максимальных скоростей, которые затем складываются. Подобная процедура проводится для всех активных пар механизма, и в качестве расчетного значения критерия близости к особым положениям типа «ПС» выбирается наибольшее из полученных значений скоростей.

Координаты силовых винтов могут быть вычислены перестановкой местами векторной и моментной частей соответствующих кинематических винтов:

$$\mathbf{w}_{ai,j} = \begin{pmatrix} \mathbf{0}_3 & \mathbf{I}_3 \\ \mathbf{I}_3 & \mathbf{0}_3 \end{pmatrix} \cdot \boldsymbol{\Omega}_{ai,j}^{\max}, \quad (\mathbf{w}_{cvi,1}, \dots, \mathbf{w}_{cvi,6-n_i}) = \begin{pmatrix} \mathbf{0}_3 & \mathbf{I}_3 \\ \mathbf{I}_3 & \mathbf{0}_3 \end{pmatrix} \cdot (\mathbf{T}_i^\perp)^\top.$$

После этого определяются «наихудшие» силовые винты

$$\mathbf{L}_{ai,j}^{\max} = \ker(\mathbf{W} - \mathbf{w}_{ai,j}), \quad \mathbf{L}_{cvi,k}^{\max} = \ker(\mathbf{W} - \mathbf{w}_{ai,k}),$$

которые затем разделяются на винты с линейными и угловыми компонентами, после нормализации которых рассчитываются значения $r_{ai,j}$ или $r_{cvi,k}$.

В третьей главе проводится анализ механизмов типа Delta с шестью и четырьмя степенями свободы с линейными приводами.

Механизм с шестью степенями свободы включает шесть кинематических цепей структуры \underline{PUS} и является наиболее простым расчетным случаем ввиду отсутствия связей, накладываемых со стороны кинематических цепей на выходное звено. Каждая цепь включает вертикальную стойку с кареткой (A), а также штангу с универсальным (B) и сферическим (C) шарнирами на концах, соединяющих каретку с выходным звеном (D), на котором расположен некий рабочий орган (E). Положение выходного звена задается координатами x, y, z точки E в неподвижной системе $Oxyz$. Ориентация подвижной системы $Ex'y'z'$ и, соответственно, выходного звена описывается углами поворота $\varphi_x, \varphi_y, \varphi_z$. Входными координатами является высота расположения каретки $h_i = z_{Ai}$, ограниченная пределами h_{min} и h_{max} (Рис. 2). В каждой кинематической цепи существует один единичный кинематический винт бесконечного параметра \mathbf{t}_A и пять единичных винтов нулевого параметра $\mathbf{t}_{BA}, \mathbf{t}_{BC}, \mathbf{t}_{Cx}, \mathbf{t}_{Cy}, \mathbf{t}_{Cz}$. Группа силовых винтов механизма включает шесть приводных силовых винтов нулевого параметра \mathbf{w}_{ai} .

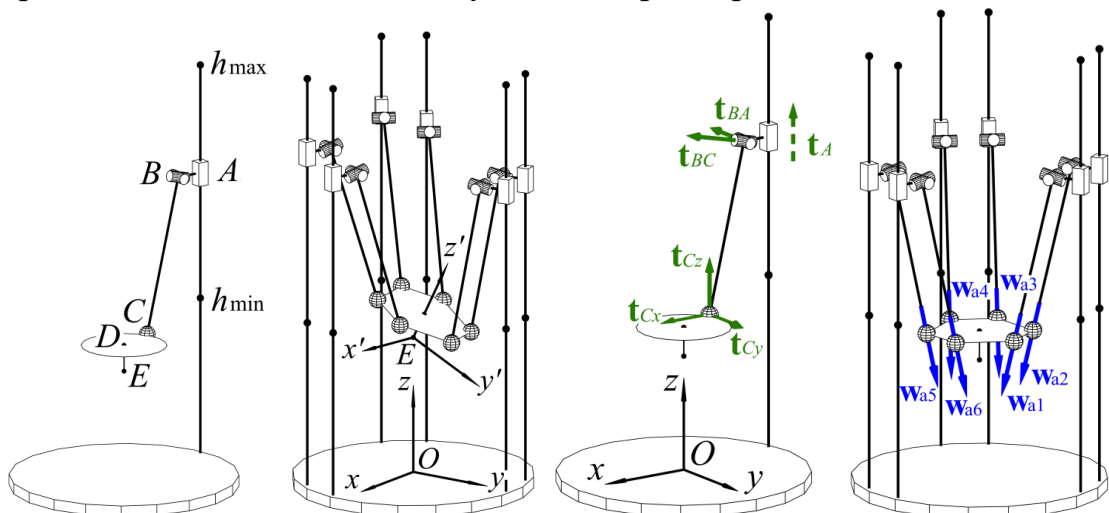


Рис. 2. Механизм 6- \underline{PUS} семейства Delta с шестью степенями свободы. Слева направо: схема цепи \underline{PUS} , схема механизма, кинематические винты цепи \underline{PUS} , силовые винты всего механизма

Итерационный анализ механизма проводился в следующих интервалах координат: $x = [-0,3; 0,3]$, $y = [-0,3; 0,3]$, $z = [-0,025; 0,5]$. Шаг сетки равен 0,01 м по координатам x , y и 0,025 м по координате z .

Анализ показал, что особые положения типа «ПС» в данном механизме расположены только на теоретическом краю рабочей зоны. Особые положения типа «ВС» отсутствуют, т.к. цепи не налагают связей на выходное звено.

Особые положения типа «ПУ» были исследованы для нескольких значений угла наклона платформы φ_x : 0° , 15° , 30° , 45° , 60° . Особые положения данного типа при $\varphi_x = 0^\circ$ отсутствуют и наиболее заметны при $\varphi_x = 60^\circ$ (Рис. 3).

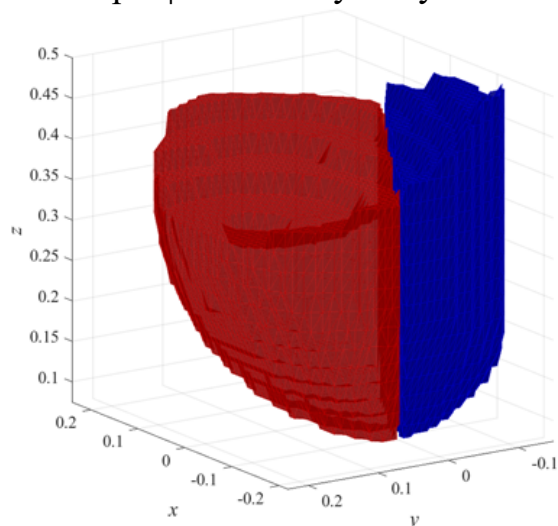


Рис. 3. Знак определителя матрицы A механизма 6-PUS при $\varphi_x = 60^\circ$

Здесь и далее красным обозначены точки, в которых определитель имеет положительное значение, а синим – отрицательное. Особые положения типа «ПУ» находятся на границе синей и красной областей.

Для удобства визуализации анализ близости к особым положениям проведен на срезе рабочей зоны при постоянном значении $z = 0,3$ м. Расчет значений критериев близости к особым положениям проводился как с использованием матрицы Якоби, так и с помощью винтового исчисления, что позволило сравнивать результаты расчетов двумя разными методами друг с другом, тем самым проводя их взаимную проверку.

Анализ близости к особым положениям показал, что, в полном соответствии с ожиданиями, значение максимальной приводной скорости увеличивается при приближении к краю рабочей зоны, а значение максимального приводного усилия – при приближении к границе, разделяющей зоны положительных и отрицательных значений определителя матрицы A (Рис. 4).

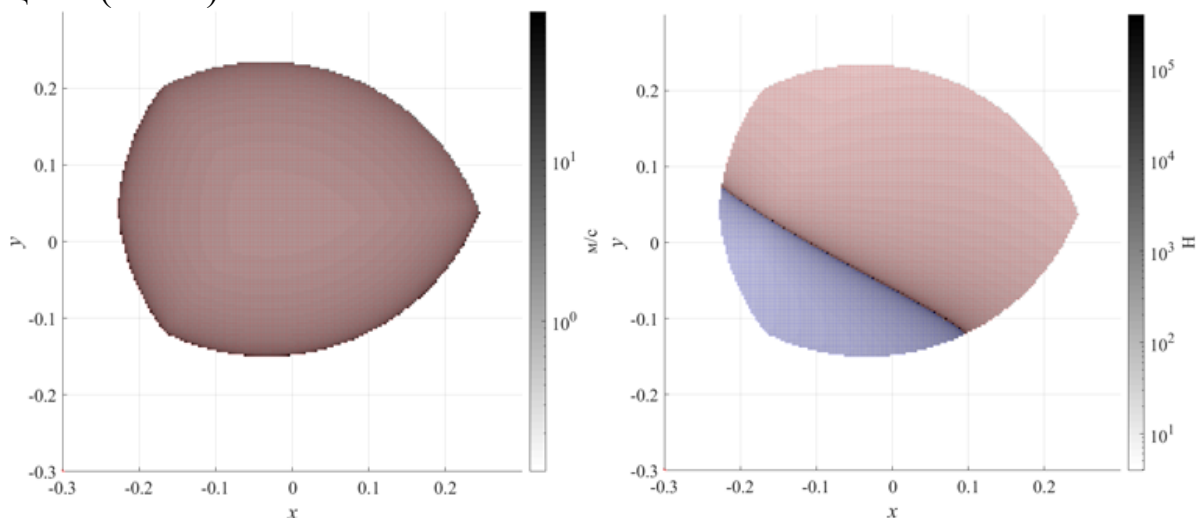


Рис. 4. Распределение приводных скоростей (слева) и усилий (справа) по срезу рабочей зоны механизма 6-PUS

Сравнение результатов, полученных двумя разными методами, проводилось путем оценки относительной погрешности полученных значений для каждой из проанализированных точек (Рис. 5). Порядок величины отклонения составил не более 10^{-13} % для приводных скоростей и не более 10^{-9} % для приводных усилий.

Можно заметить, что погрешность расчета приводного усилий, оставаясь пренебрежительно малой, все же увеличивается вблизи особых положений типа «ПУ». Данный факт может быть объяснен тем, что для данного расчета требуется больше численных операций с различными матрицами, чем при расчете приводных скоростей. При этом вблизи особых положений данные матрицы становятся плохо обусловленными, что и увеличивает погрешность вычислений.

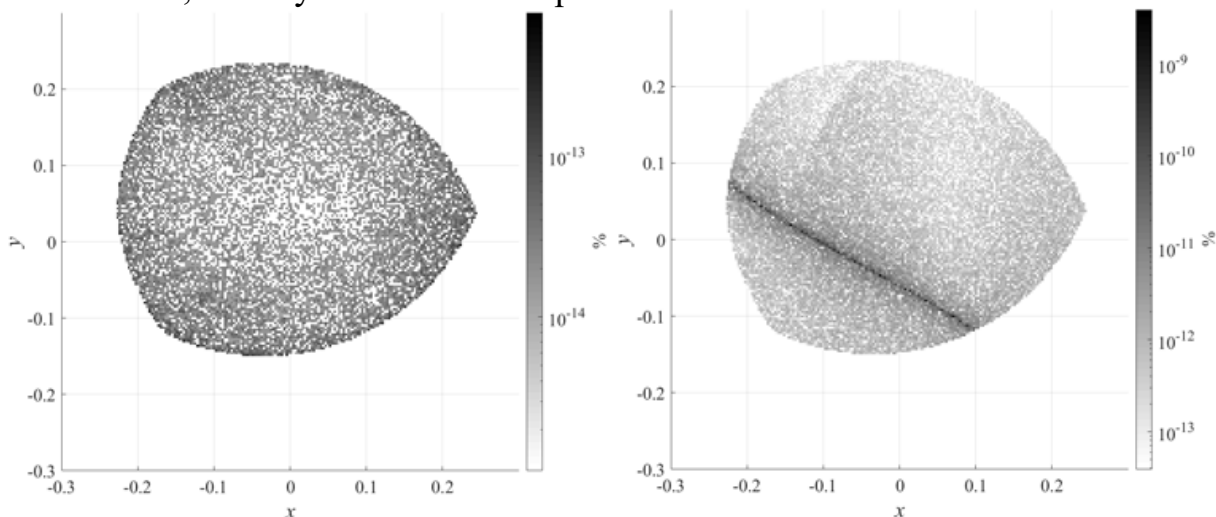


Рис. 5. Распределение относительной погрешности расчета приводных скоростей (слева) и усилий (справа) по срезу рабочей зоны механизма 6-PUS

Помимо механизма с шестью степенями свободы в данной главе также был рассмотрен четырехстепенной механизм. В этом механизме выходное звено может свободно перемещаться по трем координатам x , y , z , но возможность поворота сохраняется только вокруг одной оси, параллельной оси Oy . Данный механизм включает две цепи PUS и две цепи с параллелограммом P(UU)₂.

Шарнирам кинематической цепи P(UU)₂ можно поставить в соответствие четыре кинематических винта: t_A , t_{BA} , t_{CD} , t_Σ . При этом первые два винта идентичны одноименным кинематическим винтам цепи PUS. Винт t_{CD} имеет нулевой параметр, а t_Σ – бесконечный. При этом кинематический винт t_Σ в общем случае не является единичным. Каждой цепи может быть поставлен в соответствие один приводной силовой винт w_{ai} . Кроме того, в отличие от шестистепенного механизма, в данном случае в двух цепях P(UU)₂ присутствуют силовые винты связи $w_{сви,1}$, $w_{сви,2}$, имеющие бесконечный параметр. Таким образом, каждая из цепей P(UU)₂ накладывает по две связи на выходное звено, отнимая две вращательные степени свободы (Рис. 6). При этом любой винт связи одной цепи линейно зависим с винтами второй цепи, поэтому размерность группы винтов связей механизма равна двум.

Итерационный анализ данного механизма проводился в тех же интервалах изменения координат и с тем же шагом, что и анализ шестистепенного механизма. Также использовались аналогичные значения угла наклона (в данном случае φ_y).

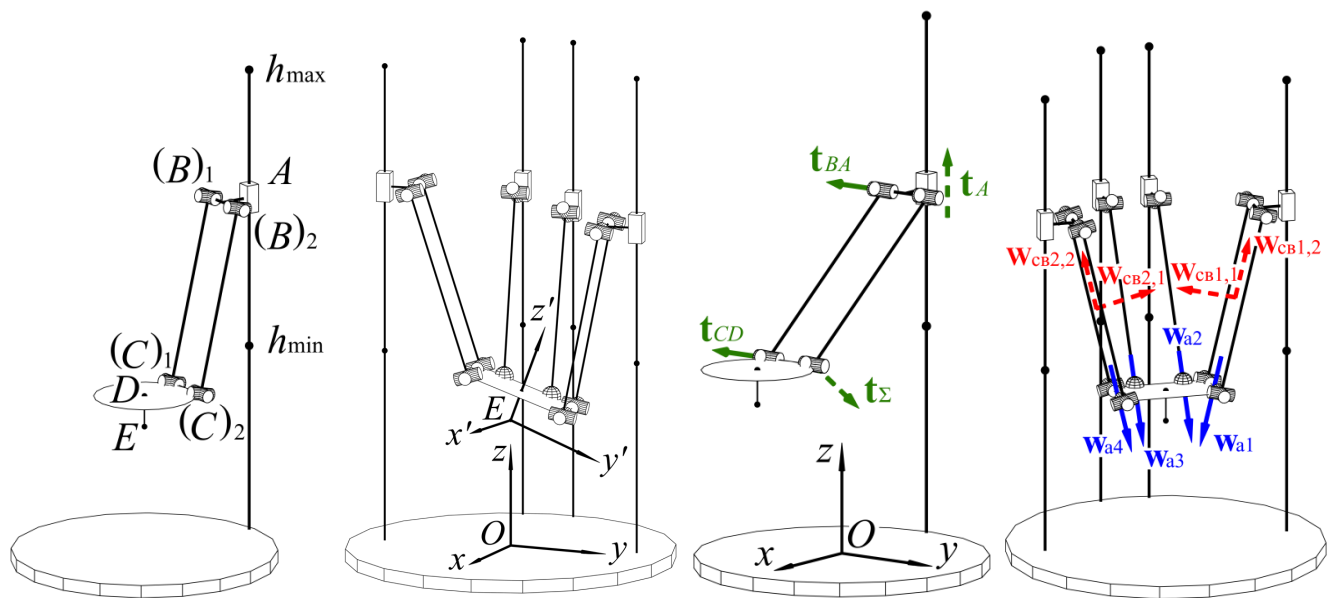


Рис. 6. Механизм 2- $\underline{P}US.2-\underline{P}(UU)_2$ семейства Delta с четырьмя степенями свободы. Слева направо: схема цепи $\underline{P}(UU)_2$, схема механизма, кинематические винты цепи $\underline{P}(UU)_2$, силовые винты всего механизма

Как и в предыдущем случае, особые положения типа «ПС» расположены на границе рабочей зоны, а особые положения типа «ВС» отсутствуют. Особые положения типа «ПУ» появляются при наклоне платформы и становятся более явными при увеличении угла наклона.

Результаты итерационного анализа близости к особым положениям также полностью соответствуют ожиданиям и аналогичны результатам, полученным ранее (Рис. 7). Порядок величины относительного отклонения составил не более 10^{-12} % для приводных скоростей и не более 10^{-9} % для приводных усилий.

Таким образом, результаты анализа особых положений типов «ПС» и «ПУ», а также близости к ним для механизмов типа Delta с шестью и четырьмя степенями свободы двумя разными методами совпадают (в пределах погрешности вычислений), что подтверждает применимость данных методов и правильность полученных результатов.

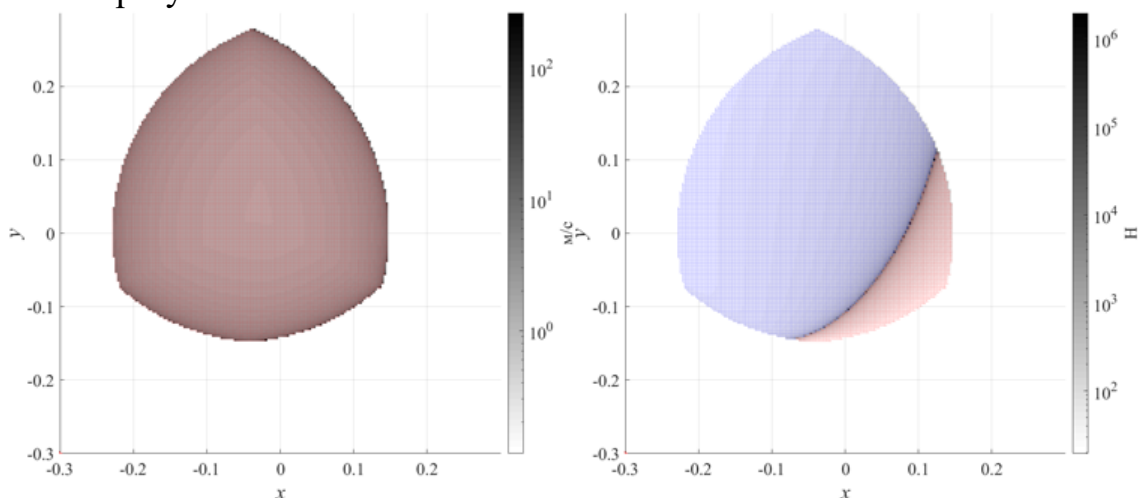


Рис. 7. Распределение приводных скоростей (слева) и усилий (справа) по срезу рабочей зоны механизма 2- $\underline{P}US.2-\underline{P}(UU)_2$

В четвертой главе рассматривается анализ поступательно-направляющего механизма с тремя степенями свободы.

Механизм имеет три кинематических цепи с пятью вращательными шарнирами (структура \underline{RRRRR}). Оси активных шарниров (A) расположены на осях системы координат $Oxyz$. Ось второго шарнира каждой цепи (B) перпендикулярна ей. Ось третьего шарнира цепи (C) параллельна оси второго шарнира. Оси четвертого и пятого шарниров (D и E) параллельны оси первого шарнира (Рис. 8).

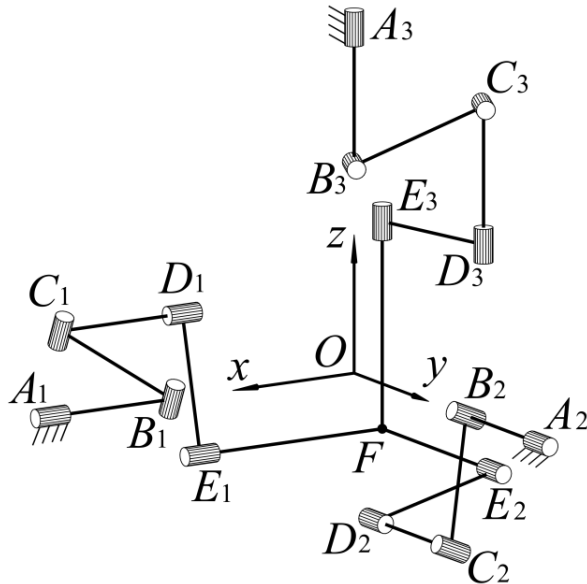


Рис. 8. Поступательно-направляющий механизм $3-\underline{RRRRR}$

Положение выходного звена механизма задается координатами точки F в системе $Oxyz$. Перемещение выходного звена осуществляется за счет поворота активных шарниров кинематических цепей на углы θ_i (Рис. 9).

Каждому шарниру цепи можно поставить в соответствие единичный кинематический винт нулевого параметра: t_A, t_B, t_C, t_D, t_E . В общем случае данные винты линейно независимы и образуют группу размерности пять. Каждая цепь накладывает на выходное звено одну связь, отнимающую вращательную степень свободы. Данная связь может быть описана силовым винтом связи бесконечного параметра $w_{сви}$. Кроме того, каждой цепи соответствует один приводной силовой винт нулевого параметра w_{ai} . Главная особенность данного механизма заключается в возможности вырождения группы силовых винтов связи, что соответствует особым положениям типа «BC».

Итерационный анализ механизма проводился в интервалах координат выходного звена $x = [-0,4; 0]$, $y = [-0,4; 0]$, $z = [-0,4; 0]$ и шагом сетки 0,008 м.

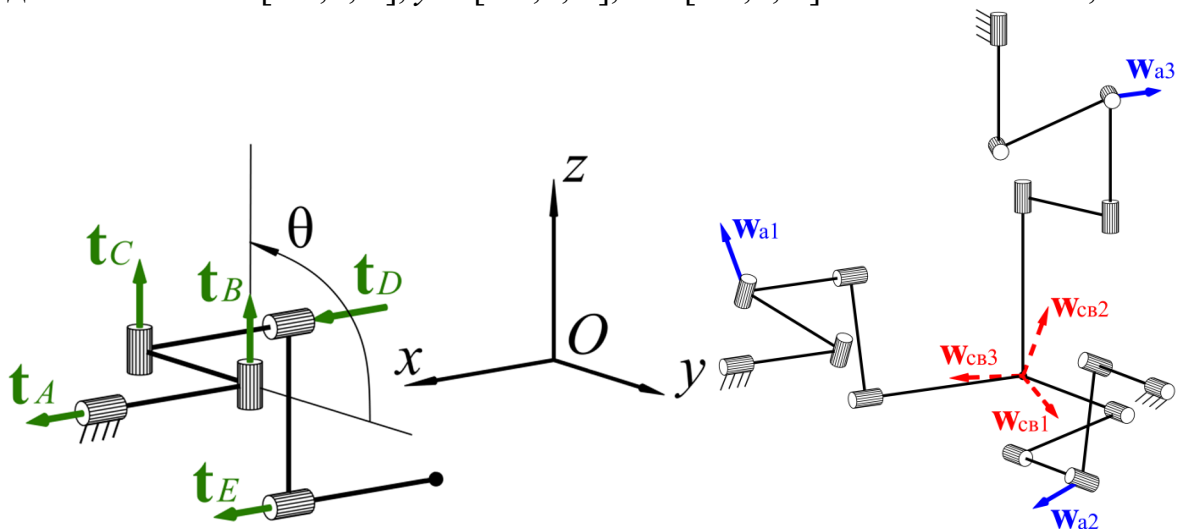


Рис. 9. Кинематические винты одной цепи механизма $3-\underline{RRRRR}$ (слева) и силовые винты всего механизма (справа)

Особые положения типа «ПС», как и в ранее рассмотренных механизмах находятся только на краю рабочей зоны. Конфигурация особых положений типа «ПУ» зависит от «рабочей сборки» механизма, которая определяется одним из возможных решений обратной задачи о положениях (по два для каждой цепи). Для четырех оптимальных сборок доля объема рабочей зоны, отделяемая особыми положениями данного типа, составила всего 0,28 %, тогда как при неоптимальной сборке – 44,85 %. Для особых положений типа «ВС» результаты оказались схожи: потери объема рабочей зоны составили 4,48 % и 42,49 % соответственно (Рис. 10).

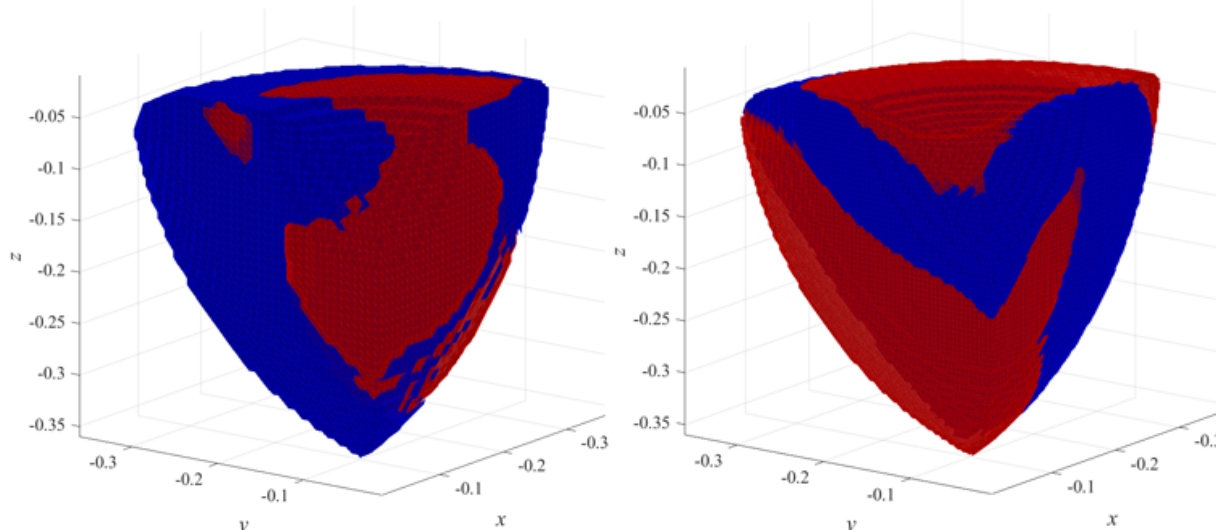


Рис. 10. Знак $\det(\mathbf{A})$ (слева) и $\det(\mathbf{A}) \cdot \det(\mathbf{W})$ (справа) механизма 3-RRRRR для неоптимальной рабочей сборки

Анализ близости к особым положениям, как и в предыдущей главе, для удобства визуализации произведен на по срезу рабочей зоны ($z = -0,18$ м). Для особых положений типа «ПС» и «ПУ» результат полностью соответствовал ожиданиям: увеличение значений приводных скоростей наблюдалось при приближении к краю рабочей зоны, а приводных усилий вблизи границы,

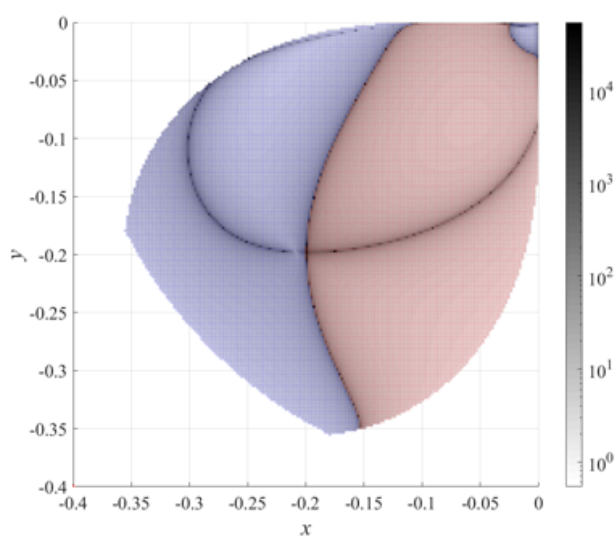


Рис. 11. Изменение значения $\det(\mathbf{A}) \cdot \det(\mathbf{W})$ по срезу рабочей зоны механизма 3-RRRRR

разделяющей зоны положительных и отрицательных значений определителя матрицы «А». При этом для особых положений типа «ВС» наблюдался рост значения критерия близости (обобщенной реакции $r_{свi}$) не только в области перемены знака $\det(\mathbf{A}) \cdot \det(\mathbf{W})$ но и вблизи особых положений типа «ПУ» (Рис. 11).

Для объяснения данного феномена необходимо рассмотреть процесс вычисления координат приводных силовых винтов. Как было показано во второй главе, координаты указанных винтов вычисляются отдельно для каждой цепи. Таким образом, учитываются только те связи, которые накладывает одна

рассматриваемая цепь, в то время как связи, накладываемые остальными цепями, игнорируются. В этом случае приводной силовой винт некоторой цепи может содержать компоненты, которые будут соответствовать нагрузке, воспринимаемой винтами связи других цепей. Тогда группа приводных силовых винтов механизма сможет вырождаться только в составе более общей группы всех силовых винтов механизма, и при рассмотрении обобщенных реакций (т.е. без пересчета реакции $r_{ai,j}$ в приводное усилие) разделить особые положения типов «ПУ» и «ВС» будет невозможно. Описанная ситуация может быть наглядно продемонстрирована путем рассмотрения изменения определителя матрицы Грама для каждой из групп силовых винтов по отдельности (Рис. 12)

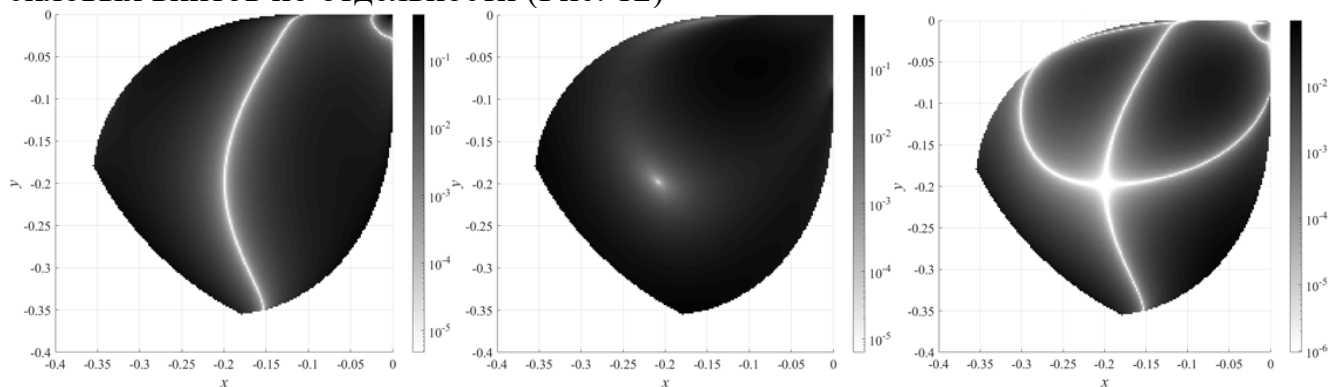


Рис. 12. Изменение значения определителя матрицы Грама для отдельных групп силовых винтов. Слева направо: винтов связи, приводных винтов, всех винтов

Так, группа винтов связей вырождается в особых положениях типа «ВС», группа приводных винтов вырождается только в одной точке, а группа всех винтов механизма вырождается в особых положениях как типа «ВС», так и «ПУ».

Для решения обозначенной проблемы необходимо, чтобы при вычислении координат приводных силовых винтов учитывались связи, налагаемые всеми цепями. Этого можно добиться путем проецирования данных винтов на пространство, эквивалентное пространству Φ кинематических винтов. При применении такого подхода к рассматриваемому механизму удалось добиться желаемого результата. Также стоит отметить, что вблизи особых положений типа «ВС» наблюдался рост значения погрешности расчета приводных усилий (Рис. 13).

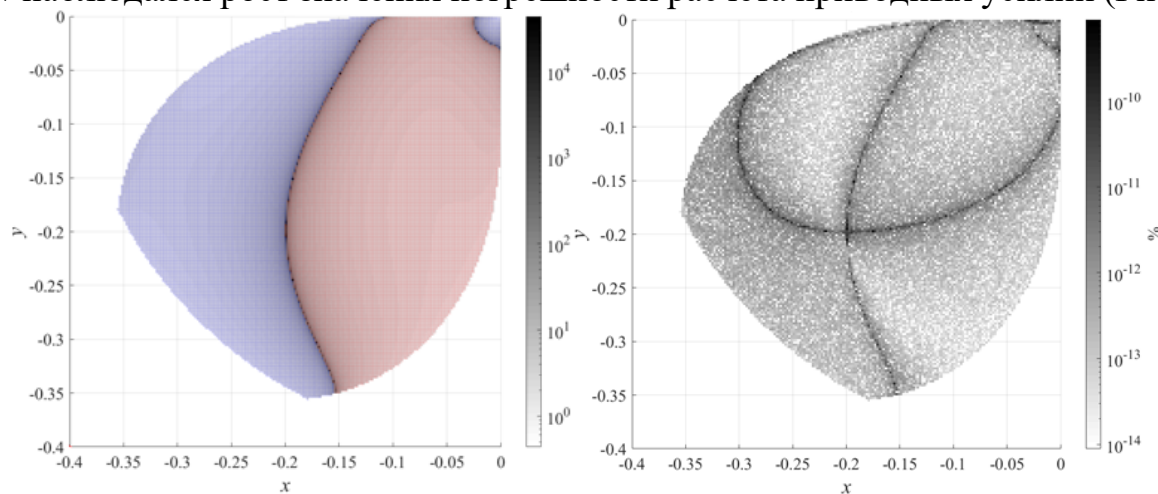


Рис. 13. Изменение значения $\det(\mathbf{A}) \cdot \det(\mathbf{W})$ при проецировании приводных силовых винтов (слева) и погрешности вычисления приводных усилий (справа)

По всему исследованному срезу рабочей зоны порядок величины отклонения составил не более 10^{-11} % для приводных скоростей и не более 10^{-10} % для приводных усилий.

Таким образом, при использовании винтового исчисления для анализа механизмов, у которых возможны особые положения типа «ВС», необходимо в процессе вычисления приводных силовых винтов учитывать связи, накладываемые всеми цепями механизма.

В пятой главе исследуется семейство сферических механизмов с круговой направляющей, наиболее общим из которых является механизм с четырьмя степенями свободы (Рис. 14).

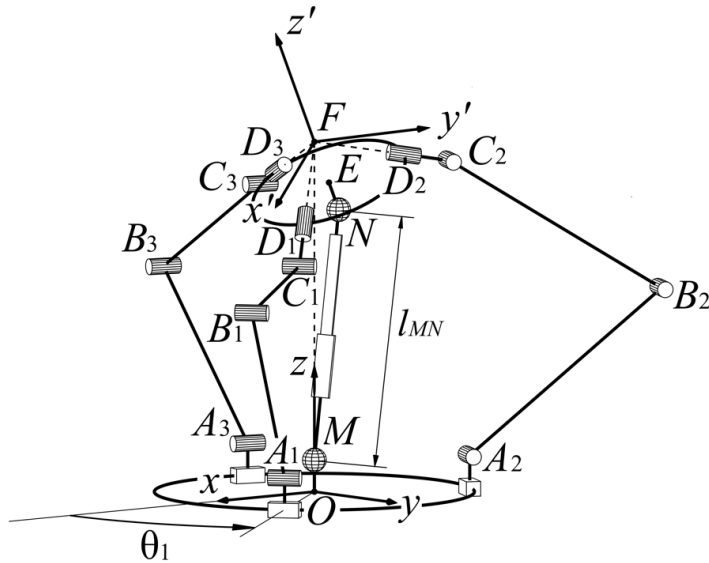


Рис. 14. Сферический механизм

перпендикулярна оси четвертого шарнира и пересекает ось Oz в точке F . Каждая из цепей накладывает одну связь на перемещение выходного звена (E) в горизонтальной плоскости. Вертикальное перемещение выходного звена осуществляется посредством цепи SPS – приводной телескопической штанги со сферическими шарнирами (M и N). Выходными координатами являются углы поворота подвижной платформы (и, соответственно, системы $Ex'y'z'$) φ_x , φ_y , φ_z относительно системы $Oxyz$, а также координата z_F . Входными координатами являются углы смещения кареток θ_i и длина телескопической штанги l_{MN} .

Шарнирам цепи RRRRR соответствуют пять единичных кинематических винтов нулевого параметра: t_O , t_A , t_B , t_C , t_D . Каждая цепь накладывает на выходное звено одну связь, запрещающую перемещение вдоль некоторой горизонтальной оси и описываемую силовым винтом связи нулевого параметра w_{cvi} . В цепи SPS существует один единичный кинематический винт бесконечного параметра t_P и шесть винтов нулевого параметра t_{Mx} , t_{My} , t_{Mz} , t_{Nx} , t_{Ny} , t_{Nz} . Последние шесть винтов линейно зависимы и размерность их группы всегда равна пяти. Приводные винты цепей RRRRR w_{a1} , w_{a2} , w_{a3} имеют бесконечный параметр, а приводной винт центральной цепи w_{a4} – нулевой параметр (Рис. 15).

Анализ особых положений и близости к ним для данного механизма хорошо демонстрирует возможные ограничения методов, использующих матрицу Якоби.

Механизм включает три кинематических цепи с пятью вращательными шарнирами в каждой. Первый шарнир каждой цепи является условным и выполнен в виде каретки на круговой направляющей. Его осью является ось Oz системы $Oxyz$. Вторым, третьим и четвертым шарниры (A , B , C) вместе с соединяющими их звеньями образуют плоскую диаду. Оси данных шарниров всегда остаются горизонтальными вне зависимости от ориентации выходного звена. Наконец, ось пятого шарнира (D)

Особые положения типа «BC» в данном механизме возможны только в частном случае: при совпадении точки F с точкой E . Тогда такое особое положение будет возникать, если плоскость подвижной платформы вертикальна.

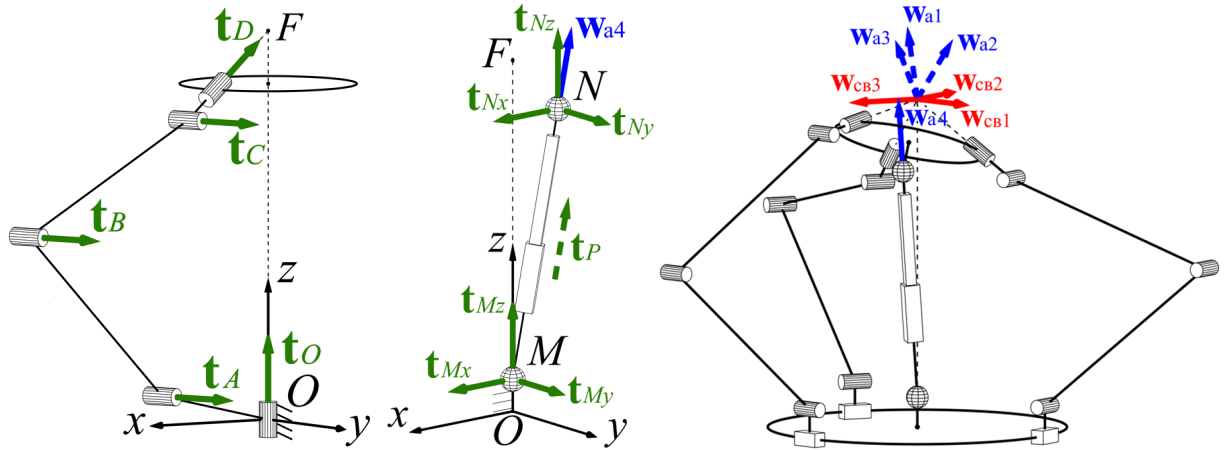


Рис. 15. Системы винтов сферического механизма. Слева направо: цепи \underline{RRRRR} , цепи \underline{SPS} , всего механизма

Особый интерес представляет анализ особых положений типа «ПУ». Получаемая путем дифференцирования уравнений связи в механизмах с вращательными степенями свободы матрица \mathbf{A}_φ будет содержать производные от параметров, задающих ориентацию выходного звена. При этом данные производные в общем случае не являются угловыми скоростями выходного звена. Для перехода к угловым скоростям необходимо использовать специальную матрицу. Так, например, при использовании углов $\varphi_x, \varphi_y, \varphi_z$ для последовательности поворотов x, y, z матрица \mathbf{A} будет вычисляться следующим образом:

$$\mathbf{A} = \mathbf{A}_\varphi \mathbf{M}_\varphi^{-1}, \quad \mathbf{M}_\varphi = \begin{pmatrix} \cos \varphi_y \cos \varphi_z & -\sin \varphi_z & 0 \\ \cos \varphi_y \sin \varphi_z & \cos \varphi_z & 0 \\ -\sin \varphi_y & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

где \mathbf{M}_φ – матрица перехода.

Поскольку механизм имеет возможность неограниченного поворота вокруг оси Oz без изменения конфигурации промежуточных звеньев, при итерационном анализе достаточно рассмотреть только два угла поворота: φ_x и φ_y (Рис. 16)

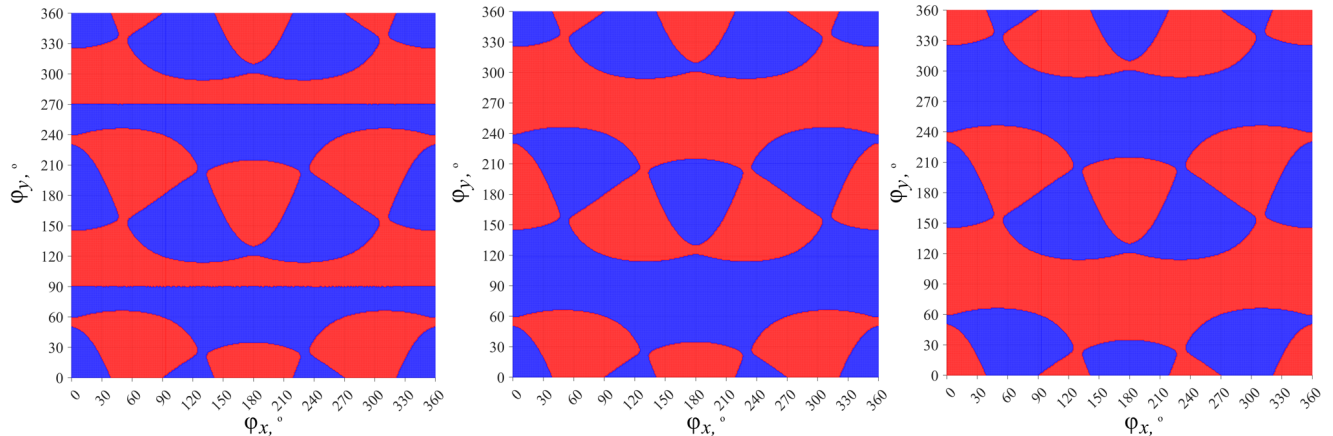


Рис. 16. Знак определителя матриц механизма. Слева направо: матрицы \mathbf{A}_φ , матрицы \mathbf{A} , матрицы координат моментных частей приводных винтов

Можно видеть, что если матрица перехода не используется, то на графике присутствуют линии «ложных» особых положений при значениях φ_y , равных 90° и 270° . При использовании матрицы перехода или винтового исчисления данные линии отсутствуют.

При расчете критериев близости к особым положениям также возможен ложный рост их значений. При этом, поскольку в таких расчетах используется полная матрица Якоби, включающая в себя так или иначе матрицу A , данная проблема не ограничивается особыми положениями типа «ПУ» и присутствует также при анализе близости к особым положениям типа «ПС». Довольно легко видеть, что $\det(M_\varphi) = \cos\varphi_y$. При этом данная матрица зависит только от последовательности перемножения матриц поворота выходного звена и никак не учитывает структуру исследуемого механизма. Соответственно, при анализе любого механизма с вращательными степенями свободы для $\varphi_y = 90^\circ$ и $\varphi_y = 270^\circ$ данная матрица будет вырождена, что приведет к скачкообразному росту значения критерия близости к особым положениям указанных типов. Для рассматриваемого механизма итерационный анализ особых положений проводился с двумя различными значениями шага перебора: 1° и $360/359^\circ$. В первом случае порядок погрешности вычисления разными методами составлял десятки или сотни процентов, причем такая погрешность соответствовала указанным выше значениям угла φ_y . Во втором случае порядок составил не более $10^{-9}\%$ (Рис. 17).

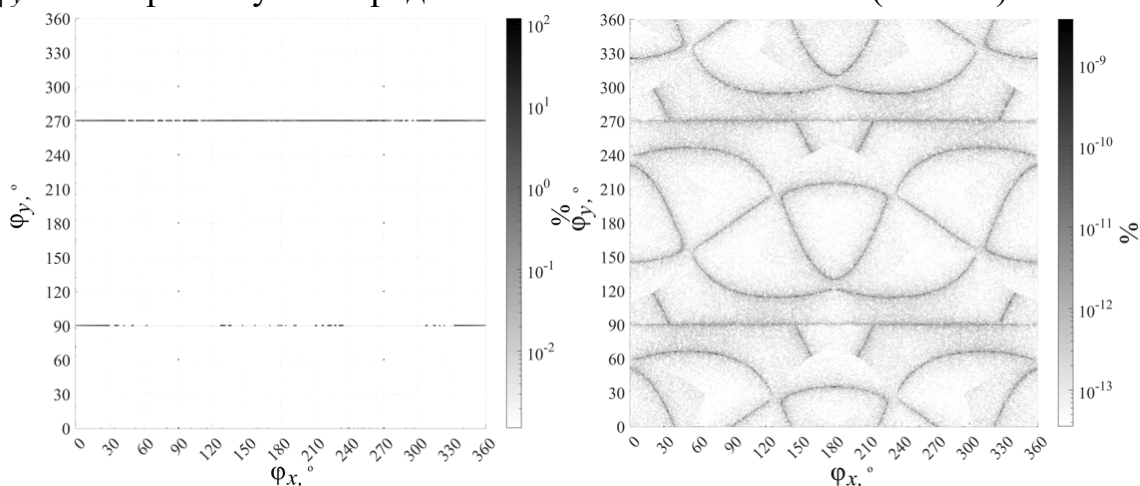


Рис. 17. Погрешность вычисления максимальных приводных усилий при шаге перебора, равном 1° (слева) и $360/359^\circ$ (справа)

Таким образом, при оценке близости к особыми положениями типов «ПС» и «ПУ» в механизмах с вращательными степенями свободы с использованием матрицы Якоби возможен скачкообразный ложный рост значений критериев близости, не связанный с особыми положениями механизма. Данная проблема проявляется в том случае, если при итерационном анализе происходит попадание в точку, в которой вырождается матрица перехода. При использовании винтового исчисления подобная проблема отсутствует.

В шестой главе рассматриваются плоские механизмы с вращательными кинематическими парами: двухстепенной шарнирный пятизвенник и механизм 3-RRR с тремя степенями свободы (Рис. 18).

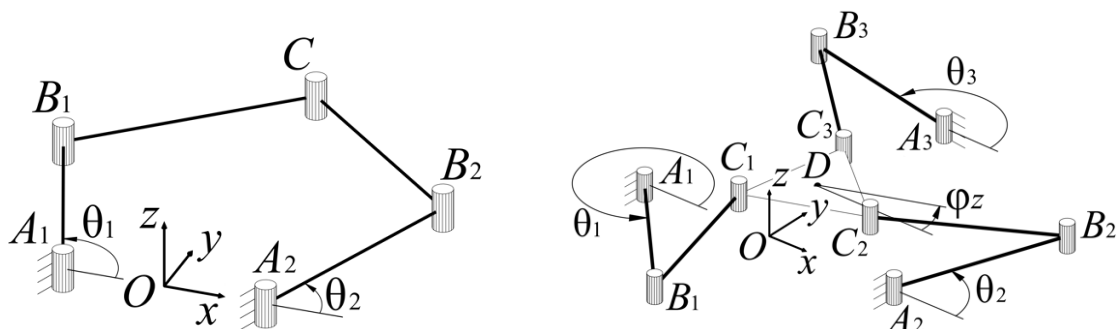


Рис. 18. Шарнирный пятизвенник (слева) и механизм 3-RRR (справа)

Оба механизма состоят из идентичных цепей – плоских диад RRR (шарниры A, B, C). Механизм 3-RRR в качестве выходного звена имеет платформу (D), в то время как условным выходным звеном пятизвенника является общий третий шарнир двух диад. Положение выходного звена механизмов системе $Oxuz$ определяется координатами x, y точки D , а для механизма 3-RRR еще и углом поворота φ_z . Входными координатами являются углы поворота θ_i .

Шарнирам каждой цепи соответствует три единичных кинематических винта нулевого параметра t_A, t_B, t_C . Все цепи налагают одинаковые связи на перемещение вдоль оси Ox (винт нулевого параметра w_{CB1}) и вращение вокруг любой оси, лежащей в плоскости Oxy (винты бесконечного параметра w_{CB2}, w_{CB3}). Приводной винт цепи w_{ai} имеет нулевой параметр (Рис. 19).

Данные механизмы достаточно хорошо изучены, однако представляют интерес в плане исследования близости к особым положениям, т.к. при равенстве длин звеньев диад внутри рабочей зоны появляются точки особых положений, обладающих свойствами типов «ПС» и «ПУ» одновременно.

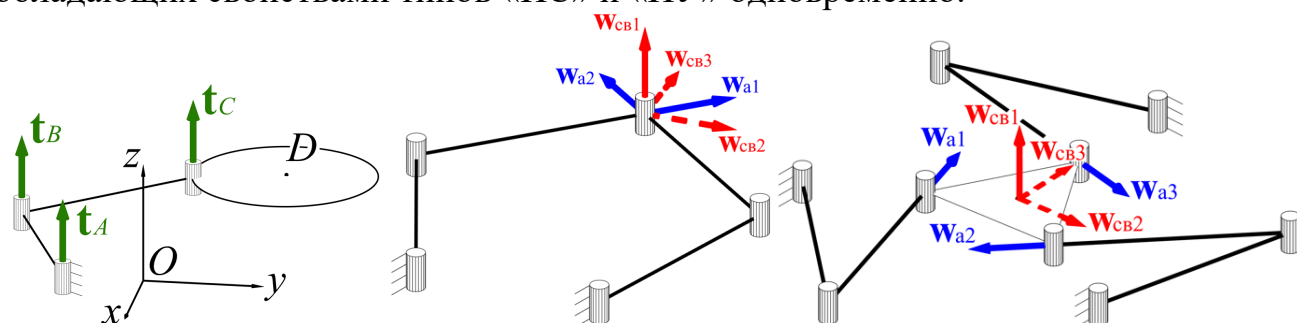


Рис. 19. Системы винтов. Слева направо: цепи RRR, силовых винтов пятизвенника, силовых винтов механизма 3-RRR

Итерационный анализ механизмов проводился в интервалах изменения координат $x = [-0,55; 0,55]$, $y = [-0,55; 0,55]$ с шагом 0,005 м при $\varphi_z = 0^\circ$ (Рис. 20). По результатам анализа порядок погрешности составил не более 10^{-11} % для приводных скоростей и не более 10^{-9} % для приводных усилий.

Как можно видеть, вблизи упомянутых точек рост приводных усилий отсутствует в направлении, нормальном к линии особых положений. Данный результат был одинаков для всех подобных точек рабочей зоны как пятизвенника, так и механизма 3-RRR. Таким образом, в том редком случае, когда в рабочей зоне механизма присутствуют точки, одновременно соответствующие типам «ПС» и «ПУ», для оценки близости к ним можно использовать критерий близости к особым

положениям типа «ПС». Также подобные точки, вероятно, являются наиболее удобным местом для перехода через особые положения, поскольку позволяют подойти к ним без перегрузки двигателей приводов.

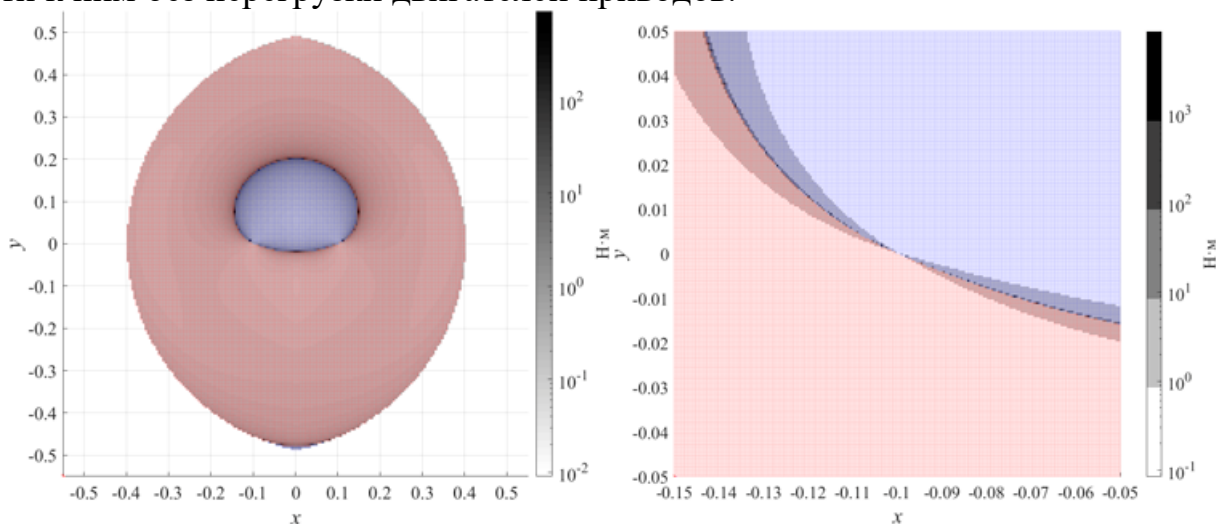


Рис. 20. Изменение максимального приводного усилия по рабочей зоне пятизвенника. Слева – общий вид, справа – вид вблизи точки интереса

В седьмой главе представлено экспериментальное исследование механизма Delta с четырьмя степенями свободы с линейными приводами, рассмотренного ранее в третьей главе. Целью исследования являлась верификация результатов расчетов наибольших приводных усилий предложенными в работе методами.

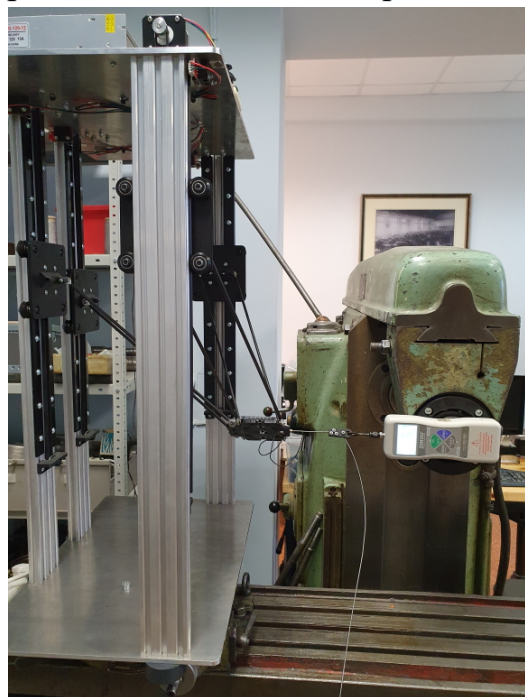


Рис. 21. Экспериментальный стенд

Экспериментальная установка включает основание и стол с возможностью линейных перемещений – горизонтально-фрезерный станок 6Н81Г, собственно, исследуемый механизм, динамометр Zhiqu DS2-500N, закрепленный на консоли станка, трос (1,65 мм) и индикатор часового типа (цена деления 0,01 мм) для контроля перемещения стола. Механизм установлен на поворотном столе, что позволяет прикладывать нагрузку в разных направлениях. Для контроля направления приложения нагрузки была разработана система световой индикации, позволяющая контролировать отклонение указанного направления от теоретического в пределах $1,2^\circ$, что, в свою очередь, соответствует ошибке расчета приводных усилий не более 5%.

Поскольку в исследуемом механизме применялись шаговые двигатели, измерение вращающего момента на валу не представлялось возможным без использования дополнительных датчиков, что могло бы привести к увеличению погрешности. Поэтому на первом этапе эксперимента для каждой цепи была определена критическая сила, которую необходимо приложить к каретке для того, чтобы

преодолеть момент удержания двигателя (т.е. сила срыва каретки). Данная сила была измерена как для срыва вниз, так и для срыва вверх, полученные выборки (по 20 измерений в каждой) были проверены на принадлежность нормальному распределению с использованием критерия Андерсона-Дарлинга (уровень значимости 5%).

Далее к выходному звену механизма, находящемуся в точке, заведомо далекой от особых положений, прикладывалась сила (путем перемещения стола) в горизонтальной плоскости в восьми различных направлениях до срыва какой-либо из кареток. Как и для силы срыва кареток, было проведено по 20 измерений на каждом направлении. Подтвержденная принадлежность всех выборок критической силы срыва кареток нормальному распределению позволила использовать простую зависимость для пересчета данной силы во внешнюю критическую силу:

$$\|\mathbf{F}_{xy}^{кр}\| = \frac{-F_{ai}^{кр}}{\langle \mathbf{j}_{Ti}, \mathbf{d}_F \rangle}.$$

Здесь $F_{ai}^{кр}$ – критическая сила срыва i -й каретки, \mathbf{j}_{Ti} – i -й вектор-строка матрицы \mathbf{J}^T , \mathbf{d}_F – вектор направления внешней нагрузки.

Сравнение результатов расчета со значениями критической внешней силы, полученными экспериментально, показало, что максимальная относительная погрешность составила 10,7 % для одного из направлений. Для семи оставшихся направлений данная погрешность не превышала 7,1 %. Таким образом, адекватность результатов, получаемых при расчете с использованием рассматриваемых в работе методов, можно считать подтвержденной.

На втором этапе проводилось нагружение силой вдоль оси, параллельной Oy , но в разных точках с последовательным приближением к особым положениям путем изменения координаты x . При этом в каждой точке вычислялась жесткость механизма в направлении приложения нагрузки путем измерения перемещения стола на каждые 2,5 Н внешней силы. Было установлено, что во всех точках характеристику жесткости можно считать линейной (Рис. 22).

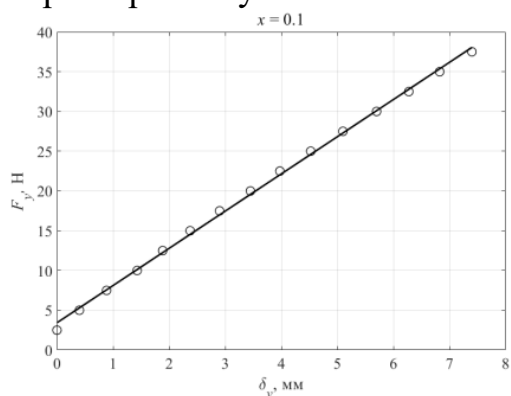


Рис. 22. Пример характеристики жесткости

погрешности составил $-0,899$. Данный эффект можно объяснить перераспределением нагрузки за счет неравномерного снижения жесткости разных цепей в исследуемом направлении.

Эксперимент проводился в 21 точке, в каждой из которых, как и ранее, производилось по 20 измерений. По итогам эксперимента было установлено, что погрешность вычисления значения критической внешней силы увеличивается при приближении к особым положениям типа «ПУ». При этом наблюдается явная зависимость между уменьшением жесткости механизма и ростом указанной погрешности (Рис. 23). Коэффициент корреляции Пирсона, рассчитанный для экспериментальных выборок измеренных значений жесткости и

Максимальное снижение жесткости должно происходить в цепи, для которой предсказывается срыв каретки, что, однако, приводит к тому, что реальная нагрузка на эту цепь снижается. В результате при использовании рассматриваемого расчетного метода всегда будет получаться значение критической силы «с запасом», что выгодно при инженерных расчетах. В том случае, если требуется уточненное определение данного значения, это возможно сделать путем введения матрицы поправочных коэффициентов, учитывающих жесткость отдельных цепей.

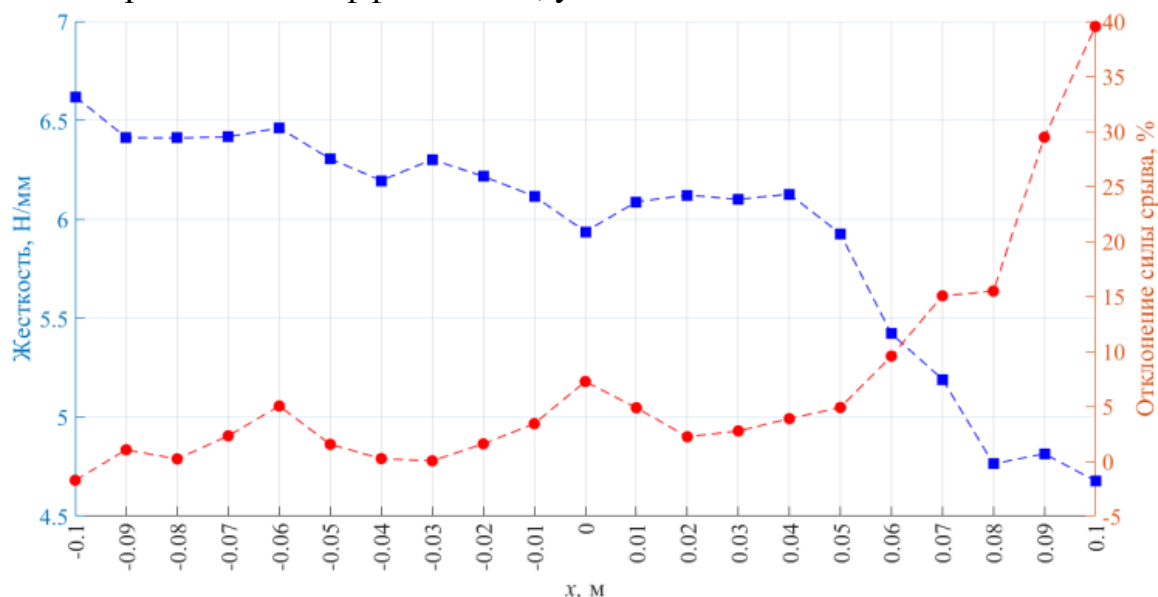


Рис. 23. Изменение жесткости механизма и погрешности расчета критической внешней силы при приближении к особым положениям типа «ПУ»

В восьмой главе проводится параметрический синтез, анализ и разработка конструкции реального устройства на базе механизма Delta с четырьмя степенями свободы.

Согласно техническому заданию, требовалось разработать конструкцию механизма перемещения печатающих головок для установки 3D-печати микроэлектроники. Основные требования:

- размер зоны печати 150 мм × 150 мм × 50 мм должен быть обеспечен для двух печатных головок, размещаемых на выходном звене;
- должна быть предусмотрена возможность размещения между основанием и выходным звеном стола высотой до 180 мм;
- отвод неактивной головки должен производиться за счет наклона выходного звена;
- размеры монтажной площадки для размещения головок на выходном звене должны составлять 100 мм × 100 мм;
- механизм должен обеспечивать возможность движения выходного звена со скоростью до 0,1 м/с и ускорением до 3 м/с²;
- должна быть предусмотрена возможность дальнейшей модернизации устройства с заменой оборудования, размещаемого на выходном звене, масса которого составит до 10 кг.

На первом этапе был проведен параметрический синтез, т.е. определены значения геометрических параметров механизма (координат расположения стоек, длин звеньев, размеров выходного звена и т.п.). Данные параметры были рассчитаны с учетом необходимости размещения печатающих головок на выходном звене, рабочего стола на основании, обеспечения отсутствия интерференции звеньев при работе, а также ограничений на угол поворота в сферических шарнирах, обусловленных его конструкцией. Также были спроектированы основные конструктивные элементы устройства. Итоговая рабочая зона с учетом конструктивных ограничений представляла собой куб со стороной 300 мм. При этом размеры механизма были подобраны таким образом, чтобы точек особых положений внутри указанной зоны не существовало при углах наклона выходного звена до $\pm 20^\circ$.

На следующем этапе для решения практических инженерных задач конструирования были применены рассмотренные ранее методы расчета максимальных приводных скоростей и усилий.

Сначала для требуемой скорости выходного звена были рассчитаны необходимые частоты вращения двигателей для двух возможных вариантов шага винта шариковинтовой передачи ($p = 5$ мм и $p = 10$ мм), приводящей в движение каретки. Кроме того, для заданных максимальной массы и ускорения выходного звена и кареток, а также с учетом сил тяжести, действующих на выходное звено и каретки, были рассчитаны значения максимальных обобщенных реакций, которые затем были пересчитаны в приводные усилия и осевые силы, действующие на штанги кинематических цепей. Наибольшие значения указанных величин соответствовали максимально допустимому углу наклона платформы 20° (Рис. 24).

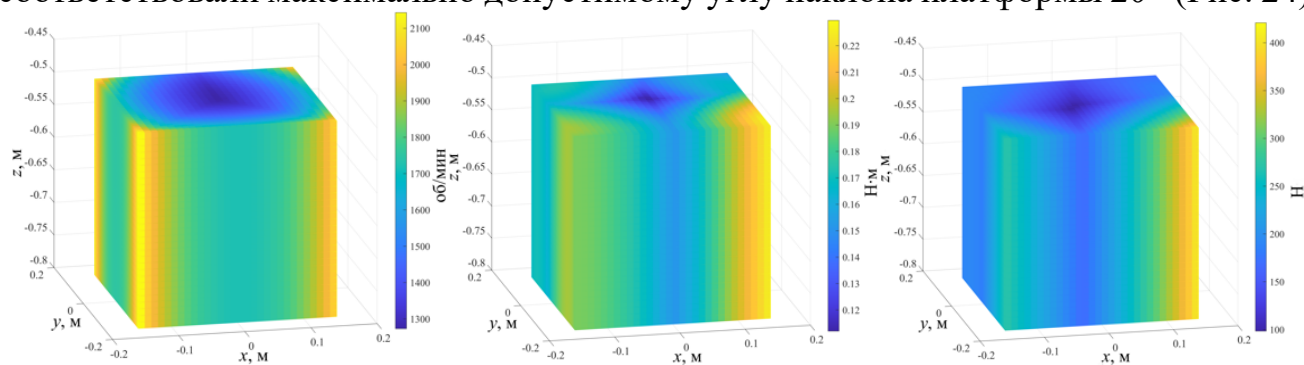


Рис. 24. Распределение приводных скоростей (слева), усилий (в центре) и нагрузок на штанги (справа) при наклоне платформы, равном 20°

По полученным значениям моментов, с учетом коэффициента запаса были подобраны шаговые двигатели (типоразмер Nema 23) и назначен шаг винта шариковинтовой передачи (5 мм). При этом учитывалось, что для данного типа двигателей значение развиваемого момента уменьшается с увеличением частоты вращения. Таким образом, выбор двигателя, по сути, проводился по объединенному условию близости к особым положениям, учитывающему как скорость, так и момент на приводе.

По величине нагрузки, действующей на штанги, произведены расчеты сферических шарниров, прочности центральных частей штанг, а также клеевых

соединений штанг и шарниров. По результатам расчетов установлено, что все конструктивные элементы обладают достаточным запасом прочности.

С использованием полученных результатов была создана трехмерная CAD-модель устройства и разработана конструкторская документация на изготавливаемые детали. После изготовления необходимых деталей была проведена сборка, проверка работоспособности и отладка устройства после чего оно было передано заказчику для использования по назначению (Рис. 25). В процессе отладки с помощью лазерной измерительной системы (интерферометра) была измерена повторяемость по осям x и y , значение которой на перемещении, равном 150 мм, оказалось не хуже 7 мкм и 12 мкм соответственно.



Рис. 25. Разработанное устройство: CAD-модель (слева) и фото в процессе отладки (справа)

В заключении перечисляются основные результаты, полученные в работе:

– предложена новая классификация особых положений на четыре типа, соответствующих виду изменения подвижности механизма при попадании в такое положение: потере степени свободы выходным звеном (тип «ПС»), потере управляемости выходным звеном в рамках исходных степеней свободы (тип «ПУ»), вырождению связей, приводящему к появлению у выходного звена новой степени свободы (тип «ВС»), подвижности в пассивных парах при неподвижном выходном звене и приводах (тип «ПП»). Представлены необходимые и достаточные условия возникновения особых положений перечисленных типов, сформулированные математически с использованием аппарата винтового исчисления;

– для особых положений типов «ПС», «ПУ» и «ВС» предложены критерии близости к ним, представляющие собой значения скоростей в приводах, приводных усилий и обобщенных реакций соответственно, рассчитываемые для векторов скоростей (линейной и угловой) выходного звена или внешних усилий (силы и момента), приложенных в наихудшем направлении для каждого привода (кинематической цепи). Для указанных критериев теоретически обоснованы

методы расчета их значений с использованием матрицы Якоби и винтового исчисления. Для особого положения типа «ПП» показана невозможность получения удобного в использовании критерия близости, обладающего ясным физическим смыслом;

– разработаны практические алгоритмы, а также созданы их программные реализации, предназначенные для вычисления значений критериев близости к особым положениям с учетом различных особенностей механизмов. При этом показано, что угловые и линейные компоненты векторов (или винтов) скоростей и усилий могут быть рассмотрены по отдельности, что позволяет решить проблему необходимости нормализации векторов, имеющих одновременно компоненты разных типов. Также теоретически обоснована возможность применения математического аппарата линейной алгебры при промежуточных расчетах, использующих кинематические и силовые винты;

– созданы математические модели механизмов параллельной структуры с различным числом степеней свободы, позволяющие проводить анализ механизмов с использованием предложенных методов, а также разработаны прикладные программы для проведения расчетов с использованием данных моделей. При этом схемы семейства сферических механизмов с круговой направляющей, поступательно-направляющего механизма и механизма типа Delta с четырьмя степенями свободы являются новыми;

– проверена применимость предложенных методов расчета значений критериев близости к особым положениям на различных механизмах. На примере механизмов типа Delta с шестью и четырьмя степенями свободы продемонстрировано применение предложенных в работе расчетных методов в общем случае без каких-либо особенностей. На примере поступательно-направляющего механизма показаны особенности анализа особых положений типа «ВС» и близости к ним. В частности, продемонстрирована необходимость проецирования приводных силовых винтов на пространство, эквивалентное пространству разрешенных перемещений выходного звена, в том случае, если приводные силовые винты содержат компоненты, соответствующие запрещенным перемещениям выходного звена. На примере сферического механизма с четырьмя степенями свободы продемонстрирована необходимость учета способа задания ориентации выходного звена при анализе особых положений механизма с помощью матрицы Якоби для исключения «ложного» вырождения указанной матрицы. На примере плоских механизмов показаны особенности расчета близости к особым положениям в окрестности точек со свойствами особых положений «ПС» и «ПУ» одновременно;

– спроектирован и собран рабочий прототип механизма Delta с четырьмя степенями свободы, с использованием которого проведены экспериментальные исследования по определению критической внешней силы, приводящей к перемещению (срыву) кареток, удерживаемых приводами – шаговыми двигателями. Результаты эксперимента подтвердили достаточную точность предлагаемых расчетных методов. Также была установлена прямая зависимость между погрешностью вычисления критической силы относительно ее

экспериментального значения и снижением жесткости механизма в направлении приложения внешней нагрузки при приближении к особым положениям типа «ПУ»;

– с использованием предложенных в работе критериев близости к особым положениям и методов их расчета проведены параметрический синтез, анализ и конструкторская проработка реального устройства на базе механизма Delta с четырьмя степенями свободы. В соответствии с требованиями технического задания были определены геометрические параметры механизма, позволяющие обеспечить требуемый размер рабочего пространства, выбраны электродвигатель и шаг винта шариковинтовой передачи, реализующие необходимые характеристики движения выходного звена и требования по перемещаемой им массе, а также была проверена прочность штанг (включая сферические шарниры и соединения шарниров с центральной частью штанги), соединяющих выходное звено с каретками. Были осуществлены САД-моделирование, сборка и отладка спроектированного устройства после чего оно было использовано в качестве механизма перемещения печатающих головок в установке для отработки процессов 3D-печати электроники.

Основные результаты диссертации отражены в следующих работах:

Статьи в периодических изданиях, включенных в перечень ВАК РФ

1. Ларюшкин П.А. Определение обобщенных реакций в механизмах параллельной структуры // Известия высших учебных заведений. Машиностроение. 2022. №9 (750). С. 54–62. (0,38 п.л.)
2. Ларюшкин П.А. Исследование особых положений механизма параллельной структуры с шестью степенями свободы типа гексаглайд // Справочник. Инженерный журнал. 2022. № 3 (303). С. 31–37. (0,44 п.л.)
3. Эрастова К.Г., Ларюшкин П.А. Многокритериальная оптимизация конструкции дельта-робота с четырьмя степенями свободы // Известия высших учебных заведений. Машиностроение. 2022. №1 (742). С. 10–19. (0,63 п.л. / 0,25 п.л.)
4. Ларюшкин П.А. Оценка близости к особым положениям механизмов параллельной структуры путем дифференцирования уравнений связи // Вестник Московского государственного технического университета им. Н.Э. Баумана. Серия: Машиностроение. 2019. №1. С. 71–83. (0,81 п.л.)
5. Эрастова К.Г., Ларюшкин П.А. Рабочие зоны механизмов параллельной структуры и способы определения их формы и размеров // Известия высших учебных заведений. Машиностроение. 2017. №8 (689). С. 78–87. (0,63 п.л. / 0,31 п.л.)
6. Ларюшкин П.А. Классификация и условия возникновения особых положений в механизмах параллельной структуры // Известия высших учебных заведений. Машиностроение. 2017. №1 (682). С. 16–23. (0,5 п.л.)
7. Ларюшкин П.А., Глазунов В.А., Эрастова К.Г. Определение максимальных усилий в приводах манипуляторов параллельной структуры по

заданной величине внешней нагрузки // Машиностроение и инженерное образование. 2016. № 2 (47). С. 40–46. (0,44 п.л. / 0,3 п.л.)

8. Хейло С.В., Ларюшкин П.А. Определение рабочей зоны манипуляторов параллельной структуры // Справочник. Инженерный журнал. 2013. № 2 (191). С. 27–31. (0,31 п.л. / 0,2 п.л.)

9. Ларюшкин П.А., Глазунов В.А., Хейло С.В. Решение задачи о положениях параллельного манипулятора с тремя степенями свободы // Справочник. Инженерный журнал. 2012. № 2. С. 16–20. (0,31 п.л. / 0,2 п.л.)

10. Глазунов В.А., Хейло С.В., Ширинкин М.А., Ларюшкин П.А., Ковальчук А.В. Манипулятор параллельной структуры с четырьмя степенями свободы // Вестник Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского. 2011. № 4-2. С. 92–93. (0,13 п.л. / 0,07 п.л.)

Статьи в российских периодических изданиях, индексируемых в международных библиографических базах Web of Science и Scopus

11. Ларюшкин П.А. Об углах между подпространствами силовых винтов в механизмах параллельной структуры // Проблемы машиностроения и надежности машин. 2022. №6. С. 10–20. (0,69 п.л.)

12. Захаров М.Н., Куц М.С., Ларюшкин П.А., Эрастова К.Г. Экспериментальная оценка эффективной рабочей зоны работы параллельной структуры с шаговыми двигателями // Вестник машиностроения. 2021. № 12. С. 44–48. (0,31 п.л. / 0,1 п.л.)

13. Ларюшкин П.А. Экспериментальное исследование передачи усилия в механизме типа Delta, с четырьмя степенями свободы // Проблемы машиностроения и надежности машин. 2021. №5. С. 3–13. (0,69 п.л.)

14. Эрастова К.Г., Шиханова Н.В., Комаров Р.А., Ларюшкин П.А. Исследование конструктивной рабочей зоны плоского лямбда-подобного механизма с учетом особых положений // Вестник машиностроения. 2021. № 3. С. 36–40. (0,31 п.л. / 0,12 п.л.)

15. Ларюшкин П.А., Эрастова К.Г., Кобылкевич К.А., Скворцов С.А. Исследование особых положений механизма параллельной структуры семейства Delta с четырьмя степенями свободы // Проблемы машиностроения и надежности машин. 2019. №6. С. 34–41. (0,5 п.л. / 0,4 п.л.)

16. Ларюшкин П.А., Эрастова К.Г., Филиппов Г.С., Хейло С.В. К расчету механизмов типа Delta с линейными приводами и различным числом степеней свободы // Проблемы машиностроения и надежности машин. 2019. №3. С. 19–26. (0,5 п.л. / 0,4 п.л.)

17. Захаров М.Н., Ларюшкин П.А., Эрастова К.Г. Оптимизация геометрических параметров плоского механизма параллельной структуры методом SQP из условия максимизации эффективной рабочей зоны // Вестник машиностроения. 2018. №8. С. 24–28. (0,31 п.л. / 0,12 п.л.)

18. Захаров М.Н., Ларюшкин П.А., Эрастова К.Г. Определение геометрических параметров плоского пятизвенного механизма из условия

обеспечения его устойчивой работы в заданной области // Вестник машиностроения. 2017. №11. С. 10–14. (0,31 п.л. / 0,15 п.л.)

19. Ларюшкин П.А., Рашоян Г.В., Эрастова К.Г. Об особенностях применения винтового исчисления для оценки близости к особым положениям механизмов параллельной структуры // Проблемы машиностроения и надежности машин. 2017. №4. С. 39–45. (0,44 п.л. / 0,33 п.л.)

20. Ларюшкин П.А., Захаров М.Н., Эрастова К.Г., Глазунов В.А. Структурный анализ и решение обратной задачи о положениях сферического механизма параллельной структуры // Вестник машиностроения. 2017. № 2. С. 34-36. (0,19 п.л. / 0,1 п.л.)

21. Ларюшкин П.А., Палочкин С.В. Динамика манипулятора параллельной структуры с тремя степенями свободы // Известия высших учебных заведений. Технология текстильной промышленности. 2013. № 4 (346). С. 114–118. (0,31 п.л. / 0,25 п.л.)

22. Ларюшкин П.А., Палочкин С.В. Рабочая зона манипулятора параллельной структуры с тремя степенями свободы // Известия высших учебных заведений. Технология текстильной промышленности. 2012. № 3 (339). С. 92–96. (0,31 п.л. / 0,25 п.л.)

Статьи в зарубежных изданиях, индексируемых в базах Web of Science и Scopus

23. Laryushkin P., Fomin A., Antonov A. Kinematic and Singularity Analysis of a 4-DOF Delta-Type Parallel Robot // Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering. 2023. Vol. 45, №4. Article 218. (1,06 п.л. / 0,7 п.л.)

24. Petelin D., Fomin A., Laryushkin P., Fomina O., Carbone G., Ceccarelli M. Design, Kinematics and Workspace Analysis of a Novel 4-DOF Kinematically Redundant Planar Parallel Grasping Manipulator // Machines. 2023. Vol. 11, №3. Article 319. (0,88 п.л. / 0,55 п.л.)

25. Laryushkin P., Antonov A., Fomin A., Essomba T. Velocity and Singularity Analysis of a 5-DOF (3T2R) Parallel-Serial (Hybrid) Manipulator // Machines. 2022. Vol. 10, №4. Article № 276. (0,94 п.л. / 0,4 п.л.)

26. Laryushkin P., Antonov A., Fomin A., Glazunov V. Novel Reconfigurable Spherical Parallel Mechanisms with a Circular Rail // Robotics. 2022. Vol. 11, №2. Article 30. (0,56 п.л. / 0,3 п.л.)

27. Laryushkin P., Antonov A., Fomin A., Glazunov V. Inverse and Forward Kinematics of a Reconfigurable Spherical Parallel Mechanism with a Circular Rail // ROMANSY 24 - Robot Design, Dynamics and Control. ROMANSY 2022. CISM International Centre for Mechanical Sciences. 2022. Vol. 606. P. 246–254. (0,56 п.л. / 0,35 п.л.)

28. Laryushkin P., Pukhova E., Erastova K. Experimental Study of Force Transmission in 4-DOF Parallel Manipulator and Its Educational Applications // ROMANSY 23 - Robot Design, Dynamics and Control. ROMANSY 2020. CISM International Centre for Mechanical Sciences (Courses and Lectures). 2021. Vol. 601. P. 162–169. (0,5 п.л. / 0,36 п.л.)

29. Kirichenko A.V., Laryushkin P.A. Parallel Mechanisms in Layout of Human Musculoskeletal System // *Advances in Intelligent Systems and Computing*. 2020. Vol. 902. 2nd International Conference of Artificial Intelligence, Medical Engineering, Education, AIMEE 2018. P. 231–240. (0,63 п.л. / 0,25 п.л.)
30. Laryushkin P., Glazunov V., Erastova K. On the Maximization of Joint Velocities and Generalized Reactions in the Workspace and Singularity Analysis of Parallel Mechanisms // *Robotica*. 2019. Vol. 37, №4. P. 675–690. (1,0 п.л. / 0,8 п.л.)
31. Erastova K., Laryushkin P. An Extended Approach to Estimating Closeness to Singularity in Parallel Manipulators based on Actuating Efforts Values // 2019 International Conference on Artificial Intelligence, Robotics and Control, AIRC 2019. P. 23–26. (0,25 п.л. / 0,1 п.л.)
32. Laryushkin P.A., Glazunov V.A. On the Estimation of Closeness to Singularity for Parallel Mechanisms Using Generalized Velocities and Reactions // *Proceedings of 14th IFToMM World Congress*. 2015. (0,38 п.л. / 0,28 п.л.)
33. Laryushkin P.A., Glazunov V.A., Demidov S. Singularity Analysis of 3-DOF Translational Parallel Manipulator // *Advances on Theory and Practice of Robots and Manipulators. Proceedings of ROMANSY 2014 XX CISM-IFTToMM Symposium on Theory and Practice of Robots and Manipulators*. 2014. P. 47–54. (0,5 п.л. / 0,4 п.л.)
34. Glazunov V., Laryushkin P., Kheylo S. 3-DOF Translational and Rotational Parallel Manipulators // *New Trends in Mechanism and Machine Science. Theory and Applications in Engineering*. 2013. P. 199–207. (0,56 п.л. / 0,25 п.л.)
35. Laryushkin P.A., Glazunov V.A. A New 3-DOF Translational Parallel Manipulator: Kinematics, Dynamics, Workspace Analysis // *Romansy 19 - Robot Design, Dynamics and Control. Proceedings of the 19th CISM-Iftomm Symposium*. 2012. P. 11–18. (0,5 п.л. / 0,4 п.л.)

Патенты и свидетельства:

36. Фомин А.С., Ларюшкин П.А., Петелин Д.В. Четырехподвижный плоский манипулятор параллельной структуры. Патент на изобретение RU 2785706, 12.12.2022.
37. Хейло С.В., Ларюшкин П.А. Расчет рабочей зоны поступательного механизма с тремя степенями свободы. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ RU 2020613897, 24.03.2020.
38. Глазунов В.А., Ларюшкин П.А., Эростова К.Г. Пространственный механизм с тремя степенями свободы. Патент на полезную модель RU 174484, 22.12.2016.
39. Глазунов В.А., Палочкин С.В., Хейло С.В., Ларюшкин П.А. Пространственный механизм с тремя поступательными степенями свободы. Патент на изобретение RU 2466013, 19.05.2011.
40. Глазунов В.А., Палочкин С.В., Хейло С.В., Ларюшкин П.А., Ширинкин М.А., Артеменко Ю.Н., Каганов Ю.Т. Пространственный механизм с пятью степенями свободы. Патент на изобретение RU 2466014, 19.05.2011.
41. Глазунов В.А., Палочкин С.В., Хейло С.В., Ларюшкин П.А., Ширинкин М.А., Артеменко Ю.Н., Каганов Ю.Т. Пространственный механизм с шестью степенями свободы. Патент на полезную модель RU 113193, 19.05.2011.