

Нахатакян Филарет Гургенович

**НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОЕ СОСТОЯНИЕ УПРУГИХ
ЭЛЕМЕНТОВ ЗУБЧАТЫХ МЕХАНИЗМОВ И СООРУЖЕНИЙ ПРИ ИХ
ЛИНЕЙНОМ И КРОМОЧНОМ КОНТАКТЕ**

Специальность: 01.02.06 - Динамика, прочность машин, приборов и аппаратуры

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
доктора технических наук

Работа выполнена в Федеральном государственном бюджетном учреждении науки Институте машиноведения им. А.А.Благонравова Российской академии наук (ИМАШ РАН).

Научный консультант: **Косарев Олег Иванович**

доктор технических наук

Официальные оппоненты: **Гольдфарб Вениамин Иосифович**

доктор технических наук, профессор, заслуженный деятель науки РФ, директор института механики ФГБОУ ВПО Ижевского государственного технического университета им.М.Т.Калашникова

Дорофеев Всеволод Леонидович

доктор технических наук, профессор, Федеральное государственное унитарное предприятие «Центральный институт авиационного моторостроения им.П.И.Баранова», главный научный сотрудник

Клеников Сергей Сергеевич

доктор технических наук, профессор кафедры «Теория механизмов и машин» ФГБОУ ВПО Московского государственного технического университета им. Н.Э.Баумана

Ведущая организация: ФГБОУ ВПО «Кубанский государственный технологический университет» (г.Краснодар)

Защита состоится 18 декабря 2014 года в 11:00 на заседании диссертационного совета Д 002.059.04 при Федеральном государственном бюджетном учреждении науки Институте машиноведения им. А.А. Благонравова Российской академии наук (ИМАШ РАН) по адресу: г. Москва, 119334, ул. Бардина, д. 4.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке и на сайте ИМАШ РАН по адресу: 119334, г. Москва, ул. Бардина, д. 4, www.imash.ru

Автореферат разослан 18 ноября 2014 года.

Ученый секретарь диссертационного совета
кандидат технических наук



Г.Н. Гранова

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы. Зубчатые передачи имеют ряд неоспоримых достоинств по сравнению с другими механическими передачами, что способствовало их широкому применению в судостроении, авиации и в ряде общемашиностроительных отраслей.

Несмотря на длительную историю исследований в области расчета и проектирования зубчатых передач, остаются некоторые **проблемы**, нуждающиеся в дальнейшей разработке и развитии. В частности, до сих пор остаются слабо развитыми аналитические методы расчета нагруженности таких узлов и элементов зубчатых механизмов, как зубчатое зацепление, роликовые подшипники, зубчатые соединения (муфты) и т.д.

Совершенствование конструкций зубчатых механизмов, уменьшение их веса и габаритов приводит к тому, что упругие деформации их элементов оказывают существенное влияние на нагруженность зубчатых передач и их долговечность. Это влияние сказывается в том, что упругие деформации, наряду с погрешностями изготовления и монтажа элементов передачи, нарушают симметрию нагружения зубьев колес, приводят к неравномерному нагружению зубьев, к концентрации нагрузки по длине контактных линий, а также изгибных напряжений в основании зубьев. Все это вызывает значительное расхождение величин нагрузок и напряжений в элементах идеальных и реальных зубчатых механизмов.

В существующих методах расчетах на прочность зубчатых зацеплений отклонение условий работы реальных передач от идеальных оценивается коэффициентом нагрузки, учитывающим реальные условия нагружения передачи путем умножения на этот коэффициент номинальной нагрузки в зацеплении. Такой, в большей мере эмпирический подход, может привести к ошибочным результатам, связанным с условностью учета реальных условий работы передачи при определении расчетной удельной нагрузки в зацеплении. Вообще понятие “удельная нагрузка” теряет физический смысл в условиях начального неприлегания боковых поверхностей зубьев вызванного перекосом,

когда начальный контакт происходит в точке. Названное понятие также теряет смысл в зубчатых зацеплениях с продольной модификацией, когда нагрузка локализуется в пределах незначительной площадки контакта. Поэтому представляется целесообразным перейти от условной удельной нагрузки к реальным контактным давлениям для определения непосредственно контактных и изгибных напряжений в зубьях.

При расчете зубчатых передач приходится считаться с необходимостью учета размеров таких элементов передачи, как контактная линия на зубьях колес и сами зубья. В связи с особенностью контакта цилиндрических тел конечных размеров, возникает концентрация напряжений на краях у таких тел, которую не удастся описать в рамках теории Герца, несмотря на то, что контактные напряжения, действующие вдоль большей части длины цилиндра, рассчитываются по теории Герца с достаточной точностью. Для учета конечных размеров упругих элементов зубчатых передач при разработке инженерных методов расчета их нагруженности возникает необходимость разработке приближенных подходов к решению задачи. При этом для соблюдения принципа равной достоверности расчета нагруженности зубчатых передач вызывает необходимость учета конечных размеров контактной линии при расчете контактных перемещений и напряжений, а самих зубьев зубчатых колес - при расчете изгибных перемещений и напряжений.

Изгибная деформация зубьев существенно влияет на параметры контакта зубьев (размеры площадки контакта, уровень контактных давлений), причем это влияние различно, при локализации нагрузки на торце или в среднем сечении зубчатого венца. Так, уровень контактных напряжений в зубьях зубчатых колес зависит не только от погрешностей изготовления, монтажа и деформации элементов передачи, но и от податливости самих зубьев. Например, неравномерная изгибная деформация по длине зубьев частично компенсирует перекося между зубьями. Поэтому представляется актуальным дальнейшее развитие исследований по учету изгибной деформации зубьев при перекося.

Известно, что одним из ответственных узлов планетарных зубчатых передач, определяющим их нагрузочную способность, являются также зубчатые соединения (муфты). Характерным условием надежной работы зубчатых соединений с прямо- и криволинейной формой образующей зубьев являются величины погрешностей взаимного расположения осей соединяемых валов- смещение и перекос, которые нарушают идеальные условия контактирования зубьев и приводят к перегрузке контактирующих поверхностей.

Многолетний опыт эксплуатации зубчатых муфт показывает, что основная причина выхода из строя (80-85 %) зубчатых муфт вызвана контактными разрушениями, происходящими на зубьях и шлицах, приводящими к необходимости заменять всю муфту. Следовательно, в зубчатых муфтах, при их стандартном исполнении, нарушается принцип равнопрочности, так как наиболее слабые элементы муфты (зубья, шлицы) выходят из строя раньше, чем другие ее элементы (валы, втулки, обоймы), что лимитирует срок службы узла в целом, а также приводит к нерациональному использованию конструкционного материала.

Известно, что в роторных системах с опорами качения иногда возникают интенсивные колебания на частоте мелькания тел качения. Связано это с изменением жесткости опоры качения в двух характерных положениях тел качения- когда внешняя сила проходит по их центру, и когда между ними. Поэтому деформация опор является важным фактором, определяющим нагруженность передач зацеплением. Известно, что податливость (жесткость) подшипников складывается из упругих сближений тел качения и колец. В случае шариковых подшипников параметры контакта определяются по формулам Герца, а для роликовых подшипников существует проблема определения деформаций в контакте ролик- кольцо, из- за отсутствия соответствующих расчетных зависимостей. Кроме того, отсутствуют расчетные методы для определения жесткости роликовых подшипников и зубчатых зацеплений как в отсутствии перекоса, так и при его наличии. До сих пор нет

аналитических формул для определения контактных напряжений в зубчатых зацеплениях и роликовых подшипниках при перекосе. Отсутствуют также аналитических формул для корректного учета конечных размеров элементов зубчатых передач при определении контактных и изгибных деформаций, напряжений.

Настоящая работа посвящена решению названных выше проблемных задач, чем определяется ее **актуальность**.

Цель исследования. По совокупности и направленности выполненных исследований диссертационная работа может быть квалифицирована как решение важной научно-технической проблемы развития существующих, разработки новых методов и подходов расчетов нагруженности и прочности податливых элементов зубчатых передач, для повышения точности их расчетов **с целью** совершенствования конструкций существующих и разработки нового поколения зубчатых механизмов, улучшения их массо-габаритных характеристик, повышения надежности и срока безаварийной работы. Повышение точности расчетов достигается за счет учета влияния следующих факторов: перекоса, вызываемого технологическими погрешностями изготовления, монтажа и деформациями упругих элементов; конечных размеров деталей; продольной модификации зубьев. Для достижения этой цели сформулированы и решены **следующие задачи**:

1. Расчетное определение контактной деформации круговых цилиндров бесконечной длины с начальным прилеганием по линии.
2. Аналитическое решение задачи о контакте двух цилиндров (цилиндр-плоскость) конечной длины при наличии перекоса.
3. Расчетное определение коэффициента концентрации изгибных напряжений в зубьях муфт и зубчатых колес в условиях перекоса с учетом их конечных размеров.
4. Расчетная оценка влияния неравномерной по длине зубьев изгибной деформации, возникающей вследствие перекоса, на параметры контакта с учетом конечных размеров.

5. Расчетное определение коэффициента концентрации контактных напряжений и деформаций цилиндрических тел конечных размеров при контакте по линии в отсутствие перекоса (краевой эффект).

6. Аналитическое определение суммарной контактной деформации двух упругих тел конечных размеров, находящихся в силовом контакте до деформации по линии.

7. Аналитическое определение контактной податливости зубчатых зацеплений в отсутствие перекоса и при его наличии.

8. Аналитическое определение контактной податливости роликовых подшипников в отсутствие перекоса и при его наличии.

9. Расчетное определение контактных напряжений в зубчатых зацеплениях и роликовых подшипниках при наличии перекоса.

Общая методика исследования основывалась на дисциплинах: "Машиноведение и детали машин", "Теории механизмов и машин", "Теория упругости", "Строительная механика", выполнялись в рамках общепринятых допущений и заключалась в теоретическом решении рассматриваемых задач с последующим сопоставлением результатов расчетных исследований с экспериментальными данными.

Научная новизна работы заключается в:

1. Разработке метода определения контактной деформации круговых цилиндров бесконечной длины с начальным прилеганием по линии, что позволило дать теоретическое обоснование применения теории Герца при определении контактной деформации двух цилиндров, а также оценить погрешность формул Б.С.Ковальского и Н.М.Беляева по сравнению с точным решением;

2. Расчетном определении суммарной контактной деформации двух упругих тел, при силовом взаимодействии до деформации по линии, с учетом их конечных размеров;

3. Решении задачи о контакте двух цилиндров (также цилиндр-плоскость) конечных размеров в условиях перекоса;

4. Разработке физико- математической модели изгибной деформации по длине зубьев конечной длины и на ее основе разработке аналитического метода определения коэффициента концентрации изгибных напряжений в зубьях муфт и зубчатых колес в условиях перекоса с учетом их конечных размеров;

5. Разработке аналитического метода определения коэффициента концентрации контактных напряжений и деформаций цилиндрических тел конечных размеров неодинаковых длин, при контакте по образующей (краевой эффект);

6. Расчетном определении контактной податливости зубьев зубчатых колес в отсутствии перекоса и при его наличии;

7. Теоретическом определении контактной податливости в роликовых подшипниках в отсутствии перекоса и при его наличии;

8. Расчетном определении контактных напряжений зубьев зубчатых колес и роликовых подшипников при перекосе;

9. Развитии метода расчетной оценки нагруженности зубчатых соединений (муфт) при различной форме боковых поверхностей зубьев с учетом податливости обода при перекосе;

10. Экспериментальном определении методом голографической интерферометрии контактной деформации роликов при различной геометрии образующей.

На защиту выносятся научные положения:

1. Результаты теоретических методов исследования контактной деформации бесконечных круговых цилиндров при контакте по линии.

2. Результаты теоретических исследований контактных деформаций и напряжений круговых цилиндров конечных размеров при их контактном взаимодействии в условиях перекоса.

3. Результаты аналитического определения суммарной контактной деформации двух упругих тел, находящихся в силовом контакте до деформации по линии, с учетом их конечных размеров.

4. Аналитический метод определения коэффициента концентрации изгибных напряжений по длине зубьев ограниченной длины при перекосе и учета влияния изгибной деформации зубьев на параметры контакта.

5. Результаты теоретических методов исследования контактного взаимодействия упругих тел различных длин при начальном касании по линии (краевой эффект).

6. Результаты теоретических методов исследования контактной деформации зубьев зубчатых колес и роликовых подшипников в отсутствие перекоса и при его наличии.

7. Методика расчетной оценки напряженно- деформированного состояния зубчатых соединений (муфт) при различной форме боковых поверхностей зубьев с учетом перекоса.

8. Результаты экспериментальных исследований методом голографической интерферометрии контактных деформаций роликов при различной геометрии образующей.

Достоверность полученных результатов подтверждается удовлетворительным соответствием результатов теоретических исследований в диссертационной работе с экспериментальными данными, при этом использовались как результаты специально поставленных автором экспериментов, так и проведенных другими авторами, а также имеющиеся в литературе расчетные данные, полученные другими методами.

Практическую ценность диссертационной работы составляют:

1. Разработанные в диссертации физико- математические модели, методы и методики расчета контактных деформаций, напряжений зубьев зубчатых колес и соединений (муфт) при отсутствии и наличии перекоса с учетом их конечных размеров;

2. Методики расчетного определения изгибных напряжений и деформаций, а также влияния изгиба на параметры контакта зубьев зубчатых колес в условиях перекоса с учетом их конечных размеров;

3. Методика расчетной оценки нагруженности зубчатых соединений (муфт) при различной форме боковых поверхностей с учетом податливости обода и зубьев при перекосе;

4. Методика расчетного определения жесткости (податливости) роликовых подшипников при наличии и отсутствии перекоса;

5. Проведение качественного и количественного анализа влияния нагружения, условий контакта, геометрических и упругих параметров на напряженно- деформированное состояния элементов зубчатых механизмов;

6. Доказательство положения о том, что изгибная деформация зуба, возникающая вследствие перекоса, способствует снижению концентрации контактных напряжений и частично компенсирует перекос за счет деформативного угла перекоса в зацеплении зубьев;

7. Результаты, полученные на основе теоретических и экспериментальных исследований, а также рекомендации по расчету нагруженности и прочности зубчатых зацеплений, соединений (муфт) и роликовых подшипников, используемые при оценке прочности и долговечности элементов зубчатых механизмов при проектировании.

По результатам исследований получены **патенты**:

- Патент № 1781477 Способ снижения уровня вибрации подшипника качения (в соавторстве). Бюл. изоб.- 1992- № 46.

- Патент № 1788364 Прямозубая цилиндрическая передача (в соавторстве). Бюл. изоб.- 1993- № 2

Внедрение работы

Часть результатов работы легла в основу разработанных с участием автора методических рекомендаций по расчету на прочность цилиндрических и конических зубчатых передач и зубчатых муфт, которые вошли в ГОСТы, а именно:

- Расчеты и испытания на прочность. Общие требования к расчетам на прочность зубчатых передач. Госстандарт СССР, М.: ВНИИНМАШ.

- Расчеты и испытания на прочность. Общие требования и методы расчета на прочность цилиндрических эвольвентных зубчатых передач. Р54-285-90. Госстандарт СССР. М.: ВНИИНМАШ.

- Метод расчета на прочность конических прямозубых эвольвентных передач. Госстандарт СССР. М.: ВНИИНМАШ.

- Метод расчета на прочность зубчатых муфт. Р54-313-90, Госстандарт СССР. М.: ВНИИНМАШ.

Результаты диссертации реализованы:

- в конструкции зубчатых муфт и шпинделей, изготавливаемых на Электростальском заводе тяжелого машиностроения (ЭЗТМ);

- на ОАО Калужском турбинном заводе (КТЗ), при проектировании и экспериментальной отработке перспективных проектов планетарных зубчатых редукторов.

Результаты диссертации использованы:

- в Методике расчета вибраций малошумных редукторов;

- в Правилах акустического проектирования основных механизмов и систем перспективных кораблей ВМФ (инв. № 145, НПВП «Турбокон» 2009 г.).

Апробация работы. За период 1989-2013 г.г. по результатам и основным положениям диссертационной работы на всесоюзных, межреспубликанских, отраслевых, общероссийских и международных конференциях, семинарах и симпозиумах сделано 21 докладов.

Публикации. Основные результаты диссертации опубликованы в 49 печатных работах, из них 27 в рецензируемых изданиях, рекомендованных ВАК РФ. Получены два патента на изобретения.

Структура и объем работы. Работа состоит из введения, трех разделов, включающих двенадцать глав, и заключения, а также списка литературы, включающего 248 наименований. Работа изложена на 212 страницах машинописного текста, имеет 68 рисунков и 9 таблиц.

КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении обоснована актуальность работы, сформулированы

проблемные вопросы, нуждающиеся в дальнейшей разработке и развитии, показана научная новизна, практическая значимость работы, приведены основные положения, выносимые на защиту. Дан краткий обзор типовых методов расчетов нагруженности и прочности податливых элементов зубчатых передач. Приведены примеры типовых расчетов на прочность зубчатых зацеплений.

Исследованию нагруженности и прочности зубчатых передач посвящены работы многих отечественных и зарубежных ученых. Среди них: Абрамов В.М., Айрапетов Э.Л., Бакингом Е., Биргер И.А., Берестнев О.В., Брагин В.В., Веллауэр, Генкин М.Д., Гинзбург Е.Г., Гольдфарб В.И., Грубин А.Н., Державец Ю.А., Дорофеев В.Л., Дроздов Ю.Н., Журавлев Г.А., Заблонский К.И., Иосилевич Г.Б., Ишикава И., Клеников С.С., Ковальский В.И., Косарев О.И., Кудрявцев В.Н., Литвин Ф.Л., Мак Грегор, Медведев В.И., Петрусевич А.И., Пинегин С.В., Плеханов Ф.И., Решетов Д.Н., Сирицин А.И., Снесарев Г.А., Сызранцев В.Н., Тимофеев Б.П., Устиненко В.Л., Умезава К., Часовников Л.Д., Шевелева Г.И. и др.

Исследованию напряженно- деформированного состояния элементов зубчатых муфт посвящено значительное число исследований отечественных и зарубежных ученых: Айрапетов Э.Л., Браун, Глухарев Е.Г., Зубарев Н.И., Косарев О.И., Коськин В.П., Мокид, Плахтин В.Д., Плотников В.С., Попов А.П., Уткин Б.С. и др., которые достаточно глубоко и подробно исследовали вопросы нагруженности и прочности зубчатых соединений (муфт).

Исследованию нагруженности подшипников качения посвящено большое количество работ следующих авторов: Айрапетова Э.Л., Бальмонта В.Б., Бейзельмана Р.Д., Гаррис, Генкина М.Д., Герасимова Н.Н., Журавлева В.Ф., Захарова В.А., Ковалева М.П., Лупандина В.В., Народецкого М.З., Орлова А.В., Перель Л.Я., Пинегина С.В., Трейера В.Н., Фролова К.В., Ципкин Бюв. и др.

На основании выполненного анализа существующих методов расчета отмечается, что они позволяют, в основном, рационально проектировать высокоскоростные тяжело нагруженные зубчатые механизмы. Однако, в связи с тем, что до сих пор остаются слабо развитыми аналитические методы расчета

нагруженности таких узлов и элементов зубчатых механизмов, как зубчатое зацепление, роликовые подшипники, зубчатые соединения (муфты) и т.д., то дальнейшее совершенствование конструкции зубчатых редукторов и повышение их срока безаварийной работы возможны лишь на основе уточнения и развития методов расчета их нагруженности и прочности. Для совершенствования методов расчета нагруженности упругих элементов зубчатых передач и повышения точности их расчетов на прочность за счет учета влияния различных эксплуатационных и технологических факторов, сформулированы задачи, решению которых посвящена диссертация.

В первом разделе (главы 2-6) изложены новые физико-математические модели, методы и подходы, которые являются теоретической основой для определения контактных, изгибных деформаций и напряжений в деталях и узлах реальных механизмов, машин.

Во второй главе разработан метод определения контактной деформации цилиндров бесконечной длины с начальным прилеганием по линии.

Проблема заключается в определении контактной податливости зубчатых зацеплений и роликовых подшипников. Как правило, зубья зубчатых колес при линейном до деформации касании в зоне контакта моделируются параболическими цилиндрами, и параметры контакта-напряжения и ширина площадки контакта определяются из решения классической контактной задачи Г.Герца. Что же касается контактной деформации сжимаемых цилиндров, то Г.Герц не дал формулы для ее определения. В дальнейшем этой проблемой занимались многие отечественные и зарубежные ученые: А.Н.Динник, Н.М.Беляев, Б.С.Ковальский, А.И.Петрусевич, С.В.Пинегин, Э.Л.Айрапетов, О.И.Косарев, Föppl A., M.R.Hoerich, H.Zantopoulos, Де Мюл, Калкер, Фредрикссон, Джонсон К. и другие. Большинство из них из-за специфики плоской контактной задачи, считали теорию Герца (модель-упругое полупространство) не пригодной для определения контактной деформации цилиндров. Поэтому, для определения контактной деформации цилиндров они

использовали другую модель- сжатого в двух диаметрально расположенных зонах распределенной нагрузки диска [таблица 1].

Суть их подхода заключается в следующем. Рассматривается контакт двух параболических цилиндров. Определяются напряжения σ_x , σ_y , σ_z , в плоскости симметрии $y=0$ (оси Ox и Oy находятся в общей касательной плоскости, при этом ось Ox направлена по образующей, а ось Oz - внутрь тела) внутри параболического цилиндра:

$$\sigma_x = -\frac{4qv}{\pi \cdot b^2} \left(\sqrt{b^2 + z^2} - z \right); \quad \sigma_z = -\frac{2q}{\pi \sqrt{b^2 + z^2}}; \\ \sigma_y = -\frac{4q}{\pi \cdot b^2} \left(\sqrt{b^2 + z^2} - z - \frac{b^2}{2\sqrt{b^2 + z^2}} \right). \quad (1)$$

Далее, используя соотношение закона Гука - $E \frac{\partial w}{\partial z} = \sigma_z - \nu \cdot (\sigma_x + \sigma_y)$, с учетом (1) определяются перемещения $w(z)$ точек в плоскости симметрии,

$$w(z) = f(z, q, \nu, E, b), \quad (2)$$

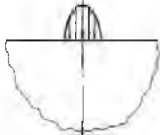
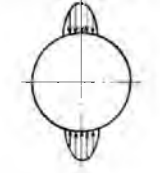
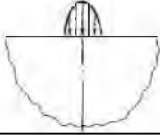
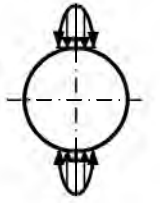
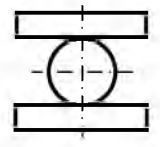
где ν и E - коэффициент Пуассона и модуль упругости материала; q - погонная нагрузка; b - полуширина площадки контакта по Герцу; z - меняется от нуля до бесконечности. Если получить аналогичную формулу для пространственной контактной задачи, то там при стремлении z к бесконечности, перемещение $w(z)$ стремится к конечному числу, которое принимается за меру контактной деформации. Здесь же, в формуле (2) при стремлении z к бесконечности, перемещение $w(z)$ также стремится к бесконечности. На основе этого обстоятельства многие делают заключение о непригодности указанной модели к данной задаче.

Разработанный на основе упругого полупространства метод позволил определить контактную деформацию не только круговых цилиндров, но и тел конечных размеров. Кроме того, с его помощью удалось показать, что решение Б.С.Ковальского приближенное. Метод состоит из трех пунктов: 1. Определяется не перемещение точки в упругом полупространстве, а

относительное перемещение α_1 двух точек, например A и H , рис 1а, -

$$\alpha_{1,2} = -\frac{2q(1-\nu^2)}{\pi E} \left[\ln \frac{2 \cdot 2R}{b} - \frac{1}{2} \frac{\nu}{1-\nu} \right]; 2. \text{ Согласно принципа суперпозиции,}$$

Таблица.1. Контактная деформация круговых цилиндров радиуса R у различных авторов

Автор	Расчетная модель	Формула контактной деформации круговых цилиндров	Закон распределения нагрузки
А.Н.Динник по методу Герца		$\ln \infty$ (3)	Эллиптический
А.Н.Динник Фешль 1907 г. Хоприх, Цантопулос 1974 г.		$\frac{4(1-\nu^2)q}{\pi E} \left[\ln \frac{4R}{b} - 0,36 \right]$ (4)	Параболический
Н.М.Беляев 1924 г.		$\frac{4(1-\nu^2)q}{\pi E} \left[\frac{1}{2} - \ln \frac{b}{2} \right]$ (5)	Эллиптический
Б.С.Ковальский 1941 г.		$\frac{4(1-\nu^2)q}{\pi E} \left[\ln \frac{4R}{b} - 0,286 \right]$ (6)	Эллиптический
Хоприх, Цантопулос 1974 г. Джонсон 1985 г.		$\frac{4(1-\nu^2)q}{\pi E} \left[\ln \frac{4R}{b} - 0,5 \right]$ (7)	
Э.Л.Айрапетов 2000 г.		$\frac{4,86q}{E}$ (8)	
А.В.Орлов 2006 г.		$\frac{5,5q}{E}$ (9)	
М.М.Матлин, А.И.Мозгунова, А.А.Стариков 2009 г.		$\frac{5,27q}{E}$ (10)	

представляем решение задачи на рис.1б как сумму решений задач на рис 1а и в (α_1 и α_2); 3. Соблюдение граничных условий для кругового цилиндра,

поверхность которого вне зоны нагружения свободна от напряжений. Для этого используем следующее обстоятельство. Известно, что любой элемент G , расположенный на расстоянии r (рис.1.а) от точки приложения силы, подвергается простому сжатию в радиальном направлении AG , а на окружности (пунктирная линия) значения этих сжимающих напряжений постоянны. Следовательно, если приложить по окружности постоянные растягивающие напряжения, то граничные условия будут соблюдаться. Далее, определяются перемещения α_3 от этих растягивающих напряжений $\alpha_3 = 2 \frac{q}{\pi E} (1 - \nu - 2\nu^2)$. И наконец, как отмечено выше, контактная деформация цилиндра, определяется как сумма $\alpha = \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3$.

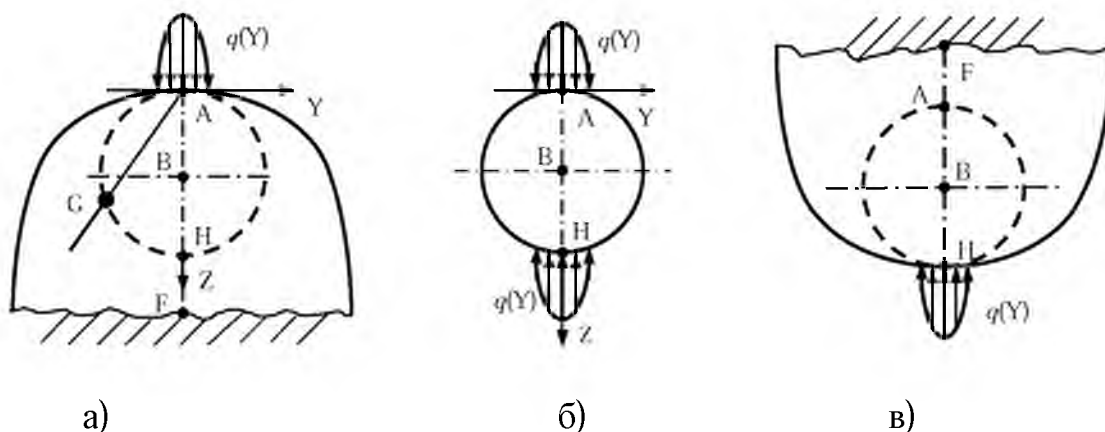


Рис.1.

Таким образом, впервые показано, что с использованием модели упругого полупространства на основе теории Герца можно получить решение данной задачи.

В этой же главе с использованием разработанного метода уточнено известное решение Б.С.Ковальского в части определения контактной деформации круговых цилиндров. Показано, что его решение является приближенным. Действительно, если в промежуточном преобразовании - при получении деформации α , в разложении в ряд по малой величине, удерживать один член, то есть сделать более грубое приближение, то получим известную формулу (6) Б.С.Ковальского:

$$\alpha = -\frac{4q(1-\nu^2)}{\pi E} \left[\ln \frac{4R}{b} - \frac{1-\nu-2\nu^2}{2(1-\nu^2)} \right],$$

которая приводится в машиностроительных и энциклопедических справочниках (под редакцией И.А.Биргера и Я.Г.Пановко; под редакцией С.Д.Пономарева и т.д.). Следовательно, известное решение Б.С.Ковальского контактной деформации круговых цилиндров является грубым приближением более точного решения задачи.

Таким образом, с помощью разработанного метода удалось: 1. Показать приближенность решения Ковальского; 2. Определить, какое решение в табл.1 приближенное, какое более точное; 3. Получить решения контактной деформации упругих тел конечных размеров с начальным касанием по линии, которые ниже будут использованы в прикладных задачах машиноведения.

На основе предложенного подхода по определению контактной деформации круговых цилиндров, уточнено также известное решение Н.М.Беляева. Известно, что Н.М.Беляев с использованием модели упругого полупространства решил данную задачу по определению контактной деформации круговых цилиндров и получил формулу (5). Однако легко видеть, что эта формула не работает- в ней под знаком логарифма находится размерная величина. Это обстоятельство, не раз отмеченное многими исследователями, послужило основанием считать решение Н.М.Беляева в части определения контактных деформаций упругих цилиндров, неверным.

Тем не менее, эта задача решается методом Н.М.Беляева (модель упругого полупространства), что и сделано в настоящей работе. Опуская детали, опишем суть предложенного подхода. Под действием сосредоточенной

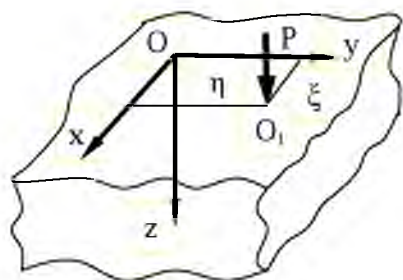


Рис.2. Упругое полупространство под действием сосредоточенной силы

силы P на упругое полупространство (рис.2) в т. O_1 компонента перемещения w по оси z будет определяться по решению задачи Буссинеска:

$$w = -\frac{P}{4\pi\mu} z \frac{\partial V_0}{\partial z} + \frac{P}{4\pi\mu} \cdot \frac{\lambda + 2\mu}{\lambda + \mu} V_0, \quad (11)$$

где λ и μ - постоянные Ламе:

$\lambda = \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)}$; $\mu = \frac{E}{2(1+\nu)}$; ξ и η - координаты смещения нагрузки от начало

координат; $V_0 = \frac{1}{\sqrt{(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2 + z^2}} = \frac{1}{\rho}$ - Ньютонов потенциал точки (для

задачи Буссинеска). Для перемещений в точках полупространства под действием равномерно распределенной нагрузки q Н.М.Беляев получает результат

$$w = -\frac{q}{4\pi\mu} z \frac{\partial V_0^e}{\partial z} + \frac{q}{4\pi\mu} \cdot \frac{\lambda + 2\mu}{\lambda + \mu} V_0^e, \quad (12)$$

который совпадает с решением Лява, полученным другим способом. Здесь

$V_0^e = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\xi}{\sqrt{(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2 + z^2}}$, - потенциал прямой линии (для задачи Лява).

Возьмем две точки с координатами (x, y, z) , (x_1, y_1, z_1) , и обозначим $t = \sqrt{(y-\eta)^2 + z^2}$ и $t_1 = \sqrt{(y_1-\eta)^2 + z_1^2}$, (при указанной равномерно распределенной нагрузке q потенциал не зависит от координаты x). Для определения относительного перемещения t . $A(x, y, z)$ по отношению t . $A_1(x_1, y_1, z_1)$, Н.М.Беляев составляет разность потенциалов и вычисляет:

$$V_0^e = [V_0^e]_1 - [V_0^e] = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\xi}{\sqrt{(x_1-\xi)^2 + (y_1-\eta)^2 + z_1^2}} - \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\xi}{\sqrt{(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2 + z^2}} = \dots = 2 \left(\ln \frac{1}{t_1} - \ln \frac{1}{t} \right). \quad (13)$$

Далее, вместо того, чтобы использовать зависимость (13) для потенциала V_0^e при определении относительного перемещения указанных точек:

$$V_0^e = 2 \left(\ln \frac{1}{t_1} - \ln \frac{1}{t} \right) = 2 \ln \frac{t}{t_1}, \quad (14)$$

он переписывает потенциалы в виде: $[V_0^e] = 2 \ln \frac{1}{t} + const$; $[V_0^e]_1 = 2 \ln \frac{1}{t_1} + const$ и утверждает, что с точностью до постоянной при определении деформаций и напряжений можно использовать потенциал V_0^e определяемый зависимостью

$$V_0^e = 2 \ln \frac{1}{t} . \quad (15)$$

Для определения деформаций и напряжений его утверждения правильны, но что касается относительного перемещения точек, то при определении последних использовать потенциал (15) нельзя, так как это приведет к ошибочному результату, а следует использовать разность потенциалов (14) двух точек. Далее, (по аналогии со случаем первоначального касания в точке) Н.М.Беляев использует эллиптический закон распределения нагрузки поперек полосы давлений, при котором эллипсоид давления переходит в бесконечный эллиптический цилиндр. Для определения перемещения от такой нагрузки необходимо в (12) вместо q взять элементарную нагрузку $p(\eta) d\eta$ и интегрировать от $-b$ до $+b$, т.е. имеем

$$dw = -\frac{p(\eta)d\eta}{4\pi\mu} z \frac{\partial V_0^e}{\partial z} + \frac{p(\eta)d\eta}{4\pi\mu} \cdot \frac{\lambda + 2\mu}{\lambda + \mu} V_0^e ,$$

откуда

$$w = -\frac{z}{4\pi\mu} \cdot \frac{\partial}{\partial z} \int_{-b}^b p(\eta) V_0^e d\eta + \frac{\lambda + 2\mu}{4\pi\mu(\lambda + \mu)} \int_{-b}^b p(\eta) V_0^e d\eta . \quad (16)$$

Введем обозначение $V^e = -\frac{1}{2} \int_{-b}^b p(\eta) V_0^e d\eta$. Так как, наша цель состоит в

определении относительного перемещения точек, то при определении V^e по последней формуле воспользуемся формулой (14) для V_0^e :

$$V^e = \frac{1}{2} \int_{-b}^b p(\eta) \cdot \ln \frac{t_1}{t} d\eta , \quad (17)$$

тогда зависимость (16) можно переписать $w = -\frac{z}{2\pi\mu} \cdot \frac{\partial V^e}{\partial z} + \frac{1}{2\pi\mu} \cdot \frac{\lambda + 2\mu}{\lambda + \mu} V^e$, или

$$w = -\frac{z}{2\pi\mu} \cdot \frac{\partial V^e}{\partial z} + 2\theta \cdot V^e .$$

На основании последней формулы на поверхности ($z=0$) получим

$$w = 2\theta \cdot V^e , \quad (18)$$

$$\text{где } \theta = \frac{\lambda + 2\mu}{4\pi\mu(\lambda + \mu)}.$$

Здесь необходимо обратить внимание на следующее обстоятельство. При определении параметров контакта двух тел уравнение совместности деформаций, перемещений и зазоров будет:

$$w_1 + w_2 = \alpha - B \cdot y^2, \quad (19)$$

т.е. берется сумма упругих деформаций этих тел, где α - сближение; w_1, w_2 - упругие деформации первого и второго тела в рассматриваемом сечении; B - приведенная кривизна; y - координата данного сечения. Для определения относительного перемещения двух точек одного тела, необходимо взять разность потенциалов (17), т.е. рассматривается одно тело, а воздействие второго тела заменяется нагрузкой и вычисляется относительное перемещение. Для вычисления потенциала V^e с помощью зависимости (17) можно воспользоваться методом Н.М.Беляева. Разность потенциалов будет:

$$V^e = [V^e]_1 - [V^e] = -\frac{q}{2} \left[1 - 2 \ln \frac{\sqrt{b^2 + t} + \sqrt{t}}{2} - \int_t^\infty \frac{y^2 / (b^2 + s) + z^2 / s}{\sqrt{(b^2 + s)s}} ds \right] + \\ + \frac{q}{2} \left[1 - 2 \ln \frac{\sqrt{b^2 + t_1} + \sqrt{t_1}}{2} - \int_{t_1}^\infty \frac{y_1^2 / (b^2 + s) + z_1^2 / s}{\sqrt{(b^2 + s)s}} ds \right],$$

или

$$V^e = -\frac{q}{2} \left[2 \ln \frac{\sqrt{b^2 + t_1} + \sqrt{t_1}}{\sqrt{b^2 + t} + \sqrt{t}} - \int_t^\infty \frac{y^2 / (b^2 + s) + z^2 / s}{\sqrt{(b^2 + s)s}} ds + \int_{t_1}^\infty \frac{y_1^2 / (b^2 + s) + z_1^2 / s}{\sqrt{(b^2 + s)s}} ds \right] \quad (20)$$

где t, t_1 - корни уравнений

$$\frac{y_i^2}{b^2 + t_i} + \frac{z_i^2}{c^2 + t_i} - 1 = 0. \quad (21)$$

Тогда из уравнений (18), (19) и (20) с учетом (21) получим следующее соотношение для потенциала:

$$V^e = -\frac{q}{2} \left[2 \ln \frac{\sqrt{b^2 + R^2} + R}{b} - \int_t^\infty \frac{y^2 / (b^2 + s) + z^2 / s}{\sqrt{(b^2 + s)s}} ds + \int_{t_1}^\infty \frac{y_1^2 / (b^2 + s) + z_1^2 / s}{\sqrt{(b^2 + s)s}} ds \right] =$$

$$= \frac{1}{2(\theta_1 + \theta_2)} \cdot (\alpha - B \cdot y^2).$$

Отсюда, сопоставляя коэффициенты справа и слева в последнем уравнении при одинаковых степенях переменных, получим следующую зависимость

$$-\frac{q}{2} \cdot 2 \ln \frac{\sqrt{b^2 + R^2} + R}{b} = \frac{1}{2(\theta_1 + \theta_2)} \cdot \alpha, \text{ или } \alpha = -\frac{q}{2} \cdot 2(\theta_1 + \theta_2) \cdot 2 \ln \frac{\sqrt{b^2 + R^2} + R}{b}.$$

Следовательно, при одинаковых материалах тел, и с учетом условия $b \ll R$, когда можно пренебречь отношением $\frac{b^2}{R^2}$ по сравнению с единицей, для определения сближения (с учетом $\theta = \frac{1-\nu^2}{\pi E}$) окончательно получим формулу

$$\alpha = -\frac{4q(1-\nu^2)}{\pi E} \cdot \left[\ln \frac{4R}{b} - 0,693 \right] \quad (22)$$

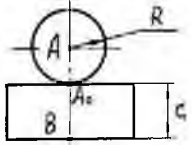
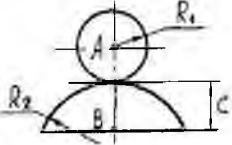
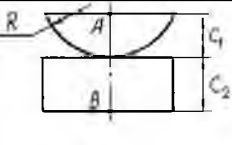
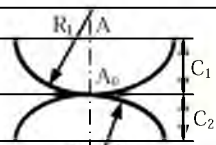
Сопоставление последней формулы с точным решением показывает, что по методу Н.М.Беляева решение приближенное, хотя отличие несущественно.

В третьей главе приведены результаты теоретических исследований по определению суммарных контактных деформаций двух упругих тел конечных размеров с начальным касанием по линии. При этом используется разработанный в диссертации метод определения контактной деформаций цилиндрических тел при контактном взаимодействии.

Например, определена суммарная контактная деформация двух цилиндрических сегментов при начальном касании по образующей. Суммарное сближение $w_{A/B}$ двух цилиндрических сегментов 1 и 2 (табл.2)- сближение точек A и B , определено как сумма деформации первого тела w_1 (изменение расстояния A_0A) и второго тела w_2 (изменение расстояния A_0B). С использованием указанного метода определены также суммарные сближения различных контактирующих до деформации по линии упругих тел конечных размеров C_1 из одинаковых материалов (см табл.2).

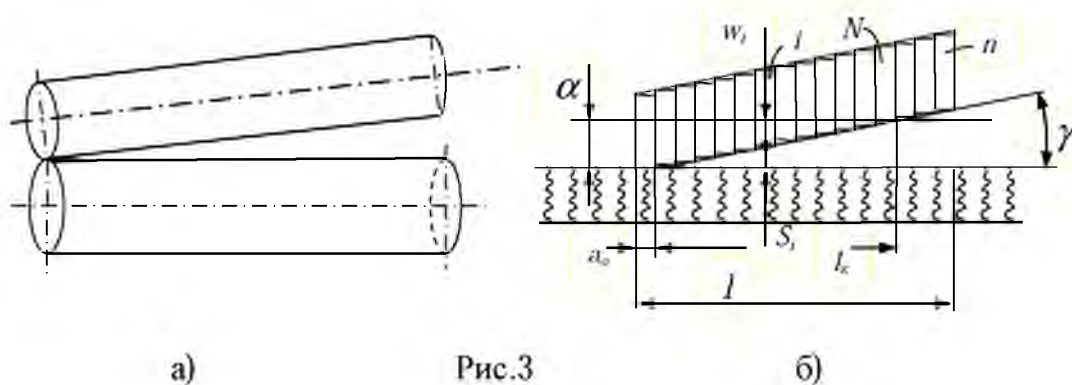
Четвертая глава посвящена определению параметров контакта при силовом взаимодействии упругих тел цилиндрической формы в условиях перекоса. Ограниченная точность изготовления и монтажа зубчатых колес совместно с упругими деформациями элементов передачи приводят к начальному неприлеганию зубьев (перекосу), и исключают возможность

Таблица № 2. Суммарные сближения различных контактирующих до деформации по линии упругих тел из одинаковых материалов

№	Контактирующие до деформации по линии упругие тела из одинаковых материалов	Формула для определения перемещения точки A относительно точки B
1	Цилиндр с плитой 	$\frac{4(1-\nu^2)q}{\pi E} \ln \left[1,842 \sqrt{\frac{EC}{q}} \right] \quad (23)$
2	Цилиндрический сегмент с цилиндром 	$\frac{4(1-\nu^2)q}{\pi E} \ln \left[1,842 \sqrt{\frac{EC(R_1 + R_2)}{qR_2}} \right] \quad (24)$
3	Цилиндрический сегмент с плитой 	$\frac{4(1-\nu^2)q}{\pi E} \ln \left[2,124 \sqrt{\frac{EC_1 C_2}{qR}} \right] \quad (25)$
4	Два цилиндрических сегмента 	$\frac{4(1-\nu^2)q}{\pi E} \ln \left[2,124 \sqrt{\frac{EC_1 C_2 (R_1 + R_2)}{qR_1 R_2}} \right] \quad (26)$

использования решения контактной задачи Г.Герца для определения параметров контакта. Отсутствие точного решения неклассической контактной задачи о сжатии цилиндров с непараллельными осями (рис.3а), и предопределило поиск приближенных решений этой практически важной задачи. Для решения проблемы, в работе предложена физико-математическая модель контактного взаимодействия упругих тел при перекосе с использованием Винклеровского упругого основания. Согласно последней основание состоит из тесно расположенных линейных пружин, деформирующихся независимо друг от друга. Для нее давление $p(x,y)$ и соответствующий нормальный прогиб $w(x,y)$ поверхности основания связаны

следующей зависимостью $p(x, y) = k \cdot w(x, y)$, где k - коэффициент постели упругого основания. Использование предложенной модели дает возможность аналитически решить поставленную задачу – контакт двух цилиндров (или цилиндра с плоскостью) при наличии перекоса γ между ними и определить следующие параметры контакта: контактную деформацию α ; максимальные контактные напряжения σ_{\max} ; максимальную полуширину b_γ и длину l_k площадки контакта.



а)

Рис.3

б)

Для этого представим цилиндр в виде набора круглых тонких элементарных дисков (полученных рассечением тела цилиндра плоскостями, нормальными к оси цилиндра), смещенных друг относительно друга таким образом, чтобы образовался перекося γ (см. рис.3б). Пусть длина исходного цилиндра l , тогда $a_0 \cdot n = l$, где a_0 - толщина элементарного диска, n - количество этих дисков. Получаем вместо исходного "ступенчатый" цилиндр, который служит расчетной моделью для рассматриваемой задачи, что позволит при действии нагрузки каждому элементарному диску вступать в контакт без перекося.

Пусть после приложения нагрузки в контакт входят N элементарных дисков (N - й диск только вошел в контакт, но пока нагрузку не воспринимает, т.е. $P_N=0$), тогда длина контактной линии l_k будет- $l_k = a_0 \cdot N$. В этом случае согласно принятой модели уравнение равновесия будет: $\sum_i^N P_i = P$, а уравнение совместности деформаций, перемещений и зазоров- $\alpha_i = W_i + S_i$, где α_i, W_i, S_i, P_i - перемещение, контактная деформация, зазор и нагрузка на i - м элементе

соответственно. Принятая модель позволяет аналитически решить задачу и для параметров контакта получить зависимости в замкнутой форме. Для коэффициента угла перекоса получена формула $K_\gamma = \sqrt{2} \cdot \zeta^{0.5}$ при $I_k < 1$, (т.е. $l\gamma/\alpha_H > 2$), где безразмерный нагрузочный параметр ζ определяется $\zeta = l\gamma/\alpha_H$, и $K_\gamma = 1 + 0,5\zeta$ при $I_K = 1$, (т.е. $l\gamma/\alpha_H \leq 2$). Таким образом, контактная деформация при перекосе цилиндров определяется как

$$\alpha_\gamma = K_\gamma \cdot \alpha_H. \quad (27)$$

Получены также формулы для определения: коэффициента концентрации контактных напряжений

$$K_\sigma = \sigma_{\max} / \sigma_H = \sqrt{K_\gamma}, \quad (28)$$

максимальной полуширины площадки контакта $b_{\max} = b_H \sqrt{K_\gamma}$; длины площадки контакта $I_K = IK_\gamma / \zeta$, где σ_H - контактные напряжение по Герцу.

В пятой главе предложена физико-математическая модель изгибной деформации по длине зубьев зубчатых колес, с использованием которой проведено расчетное исследование по оценке влияния изгибной деформации зубьев на параметры контакта в условиях перекоса с учетом их конечной длины.

Теоретические и экспериментальные исследования напряженно-деформированного состояния зубьев ограниченной длины показали, что в качестве расчетной модели зуба зубчатых колес может быть выбрана консольная пластина (Mac Gregor). В связи с тем, что нагрузка при перекосе локализуется на торце пластины, решение дифференциального уравнения равновесия последней в замкнутой форме может быть найдено лишь в отдельных случаях. Поэтому в строительной механике пластин развиты дискретно-континуальные расчетные модели (В.З.Власов). Суть этих методов заключается в том, что в одном направлении сохраняются непрерывные свойства системы, а в другом- они задаются в дискретном виде. При этом В.З.Власовым установлено, что прогиб для такой пластины можно искать в виде $w(x, y) = w(y) k(x)$, где $w(x, y)$ - прогиб пластины; $w(y)$ - характеризует прогиб пластины в поперечном сечении (размерная функция), а $k(x)$ - затухание

перемещений в продольном направлении по мере удаления от сечения, где приложена сосредоточенная сила (безразмерная функция).

Для решения задачи об определении деформации $k(x)$ зуба- пластины в продольном направлении можно воспользоваться дискретно- континуальной моделью зуба с целью расчетной оценки влияния перекоса между боковыми поверхностями зубьев (с учетом ограниченности размеров) на изгибные напряжения по их длине. Согласно этой модели зуб колеса представляется в виде набора дискретных (рис.4) консольных балок (в поперечном направлении), объединенных между собой балками, (в продольном направлении), которые деформируются подобно балке конечной длины на упругом основании. Упругим основанием служат упомянутые консольные балки.

Поскольку дискретно- континуальная модель зуба построена на приближенном представлении его в виде тонкой консольной пластины, а зуб имеет соизмеримые длину консоли h и толщину s , то возникла необходимость

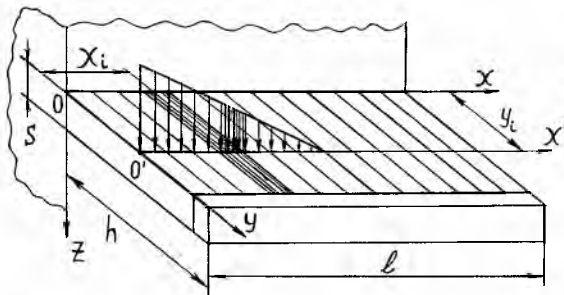


Рис.4.

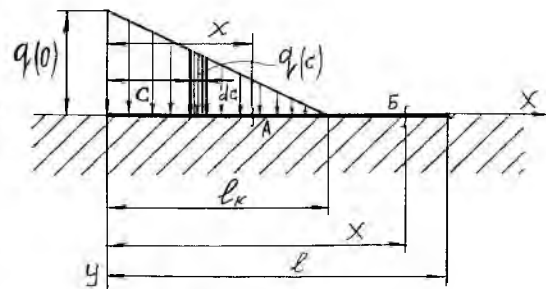


Рис.5.

экспериментальной проверки соответствия модели путем сопоставления расчетных и экспериментальных результатов. Для экспериментальной оценки этой модели был проведен ряд экспериментов *) . Испытания проводились для следующих трех случаев. Во- первых, на модели зуба в виде толстой консольной плиты с размерами: ширина- $b=600$ мм; высота- $h=100$ мм; толщина- $s=60$ мм; во- вторых, на модели зуба рейки с линейно- переменным сечением по высоте зуба с параметрами: модуль- $m=40$ мм; угол зацепления- $\alpha=20^\circ$; длина-

*) . Айрапетов Э.Л., Генкин М.Д., Ряснов Ю.А. Статика зубчатых передач. М.: Наука, 1983, 142 с.

$l=600$ мм; в- третьих, на модели прямого зуба с параметрами: число зубьев- $Z=35$; модуль- $m=12$ мм; и тремя значениями ширины зубчатого венца- $b=250$ мм; 120 мм; 72 мм. Результаты испытания подтвердили правомерность использования указанной модели.

Следовательно, для решения указанной задачи (для определения функции $k(x)$ – затухание перемещений в продольном направлении зуба по мере удаления от сечения, где приложена сосредоточенная сила) в качестве расчетной принимается модель изгиба балки конечной длины на упругом основании при нагружении ее сосредоточенной силой и неравномерно распределенной (по треугольному закону) нагрузкой.

Задачу об изгибе балки на упругом основании рассмотрели многие авторы. С.П.Тимошенко решил задачу об изгибе балки конечной длины при нагружении ее сосредоточенной силой в характерных точках (например, в середине или на концах балки). Он также решил аналогичную задачу для бесконечной и полубесконечной балки при действии сосредоточенной силы (и момента) и равномерно распределенной нагрузки.

В работе задача решена в общем виде с помощью метода С.П.Тимошенко, т.е. рассматривается изгиб балки конечной длины на упругом основании при нагружении ее произвольной распределенной нагрузкой $q(x)$ (рис.5). Предварительно получено решение задачи об изгибе балки конечной длины на упругом основании под действием сосредоточенной силы P , приложенной в произвольной точке (рис.6а), с дальнейшим интегрированием полученной функции прогиба от 0 до l_k . Для решения этой задачи используется метод наложения решений симметричного (рис.6б) и антисимметричного (рис.6в) случаев. А последние две задачи также решаются методом наложения решений для двух видов нагружения бесконечно длинной балки. Например, задача, показанная на рис.6б, решается путем наложения двух задач, схематично изображенных на рис.7б, где две силы P действуют на бесконечно длинную балку, и на рис.7в, где бесконечно длинная балка нагружена внешними силами Q_0 и моментами M_0 в точках A и B , которые

соответствуют свободным концам данной балки (рис.7а). При надлежащем выборе сил Q_0 и моментов M_0 , изгибающий момент и поперечная сила, вызываемые силами P в поперечных сечениях A и B бесконечной балки, могут стать равными нулю. Тогда средний участок бесконечной балки будет

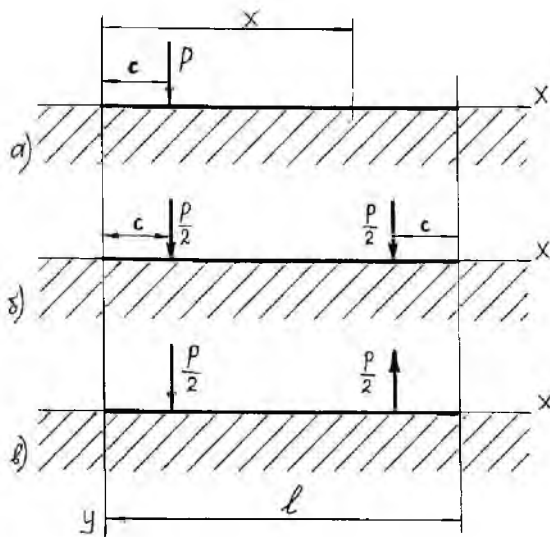


Рис.6.

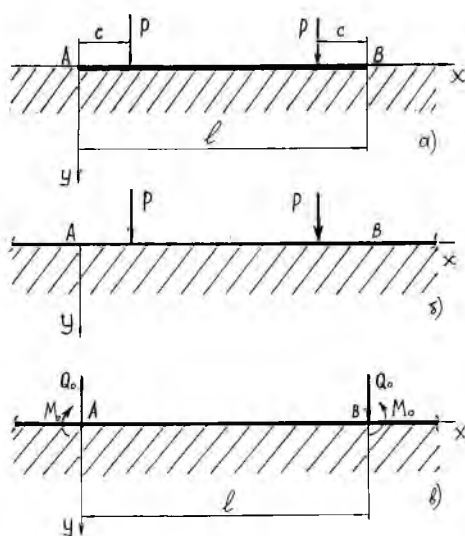


Рис.7.

находится в тех же условиях, что и конечная балка (см. рис.7а) и все необходимые величины, относящиеся к изгибу последней, будут получены путем наложения решений, соответствующих рис.7б;в. В итоге, для задачи, показанной на рис.6а удалось получить решение в замкнутом виде

$$y(x, c) = \frac{P/l}{K} \cdot f(\beta l, c, x), \quad (29)$$

где $f(\beta l, c, x)$ - безразмерная функция; здесь c - координата точки приложения силы P , x - координата точки, где определяется прогиб, то есть, фактически она есть суть функция Грина для этой балки, βl - безразмерный параметр длины балки, $\beta l = (Kl^4 / 4EI)^{1/4}$; где K - коэффициент постели упругого основания, EI - жесткость балки на изгиб, l - длина балки.

Чтобы найти прогиб балки конечной длины на упругом основании, нагруженной неравномерно распределенной нагрузкой (см.рис.5), рассмотрим какую-либо точку A с координатой x . Прогиб dy в точке A , вызываемый элементарной нагрузкой $q \cdot dc$, получится из формулы (29), а именно

$$dy = \frac{q \cdot dc}{l \cdot K} \cdot f(\beta l, c, x). \quad \text{Следовательно, прогиб в точке } A \text{ будет равен}$$

$y(x, l_k) = \int_0^{l_k} \frac{q(c) \cdot dc}{IK} \cdot f(\beta l, c, x)$; (при $x \geq l_k$; $c \leq l_k$, т.е. т. A находится вне

нагруженного участка балки), где $q(c) = q(0) \cdot \left(1 - \frac{c}{l_k}\right)$. Аналогично находится

решение при $x \leq l_k$; $c \leq l_k$, т.е. точка A находится внутри нагруженного участка

балки. После интегрирования получим $y(x, l_k) = \frac{q(0) \cdot \beta}{4K \cdot H(\beta l)} * F(x, l_k, \beta l) \cdot l_k$.

Для удобства проведения расчетов, целесообразно прогиб записать в безразмерном виде, что дает $\bar{y}(x, l_k) = \frac{y(x, l_k)}{q_{cp} / K} = \frac{\beta l}{2H(\beta l)} \cdot F(x, l_k, \beta l)$.

Таким образом, полученные зависимости позволяют полностью решить задачу об изгибе балки конечной длины на упругом основании под действием как сосредоточенной силы, так и неравномерно распределенной нагрузки (в данном случае распределенной по треугольному закону).

Определение параметров контакта, в том числе и максимальных контактных давлений, становится возможным, если учесть деформативную составляющую угла перекоса γ_{def} между образующими зубьев в продольном направлении.

С целью исследования деформации зуба в продольном направлении, как отмечено выше, в качестве расчетной принята дискретно-континуальная модель зуба. Для определения влияния изгибной деформации зубьев в продольном направлении на уровень их контактных напряжений предварительно многократно просчитана прямая задача (определение перемещений зуба при распределении контактных давлений в пределах длины зоны нагружения по закону треугольника) при варьировании в широких пределах безразмерного параметра балки βl и безразмерной длины зоны нагружения $\bar{l}_K = l_K / l$ от 0 до 1. Анализ результатов расчетов показал, что для зубьев с прямолинейной образующей изгибная деформация зуба не изменяет очертания образующей в зоне нагружения, т.е. она по-прежнему остается прямолинейной, но поворачивается к первоначальному положению на угол γ_{def} .

При определении деформативной составляющей $\gamma_{\text{деф}}$ угла перекося (рис 8) зубьев примем два очевидных обстоятельства. Во-первых, угол $\gamma_{\text{деф}}$

выражается через максимальную изгибную деформацию (на торце зуба) $W(0)$ следующим образом:

$\gamma_{\text{деф}} = [W(0) - W(l_k)] / l_k = K_{\gamma} W_0 / l$, где W_0 - деформация зуба при равномерном

распределении нагрузки по всей его длине; $K_{\gamma} = [\bar{W}(0) - \bar{W}(l_k)] / \bar{l}_k$ - коэффициент упругого перекося; $\bar{W}(0) = W(0) / W_0$; $\bar{W}(l) = W(l) / W_0$ - безразмерные деформации зуба в крайних точках зоны нагружения l_k . Во-вторых, при распределении

контактных давлений в пределах зоны нагружения l_k по закону треугольника связь между контактным давлением $q(0)$ на торце зуба и контактным давлением q_0 при равномерном распределении нагрузки по длине зуба имеет вид:

$q(0)l_k / 2 = q_0 l = P$, или - $q(0) = 2q_0 / \bar{l}_k = K_{\gamma} q_0$, где K_{γ} - коэффициент концентрации контактных давлений. Поэтому все расчеты проведены для- $P = q_0 l = \text{const}$. В

результате для определения деформативной составляющей угла перекося получена формула

$$\gamma_{\text{д}} / \gamma_{\text{T}} = 0,506(\beta l)^{0,11} (\Delta_{\text{H}} / l \gamma_{\text{T}})^{0,296}, \quad (30)$$

где γ_{T} - технологический угол перекося. Таким образом установлено, что учет изгибной деформации зубьев с прямолинейной

образующей в продольном направлении на контактную нагруженность может быть выполнен с использованием коэффициента угла перекося K_{γ} , где расчетный угол перекося γ будет определяться как

$$\gamma = \gamma_{\text{T}} - \gamma_{\text{д}} = \gamma_{\text{T}} (1 - \gamma_{\text{д}} / \gamma_{\text{T}}).$$

Использование разработанного метода

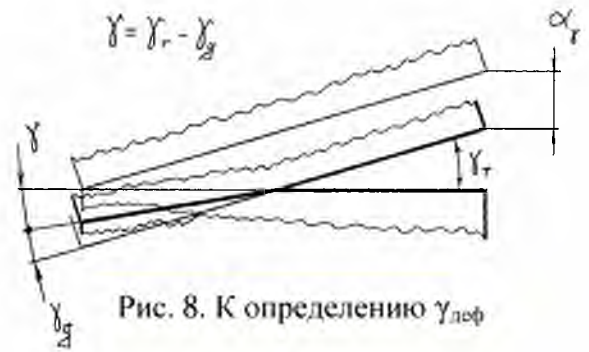


Рис. 8. К определению $\gamma_{\text{деф}}$

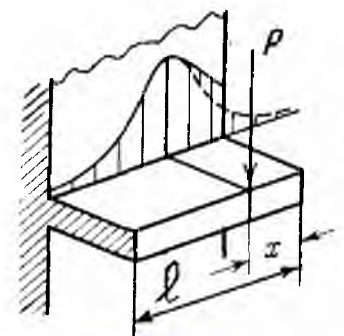


Рис.9. Иллюстрация изгибных напряжений

позволило также определить коэффициент $K_\sigma(x)$ концентрации изгибных напряжений по длине x зуба в условиях перекоса с учетом конечных размеров. Согласно полученным соотношениям, коэффициент концентрации контактных давлений K_γ определим как $K_\gamma = q(0) / q_{cp} = 2 / \bar{l}_k$. Для оценки влияния перекоса на изгибные напряжения в произвольной точке по длине зубьев, проанализируем изменения прогиба $\bar{y}(x, l_k)$ зуба-балки по длине x при варьировании длины l_k линии нагружения (а значит, и коэффициента концентрации контактных давлений K_γ). Так как изгибные напряжения пропорциональны прогибу зуба-балки: $\sigma(\bar{x}) \sim y(\bar{x})$, то для коэффициента концентрации изгибных напряжений $K_\sigma(x)$ при перекосе по длине x зуба можно записать $K_\sigma(\bar{x}) = \frac{\sigma(\bar{x})}{\sigma_{cp}} \sim \frac{y(\bar{x})}{y_{cp}}$, где σ_{cp} - напряжения изгиба в отсутствии перекоса.

Или в безразмерном виде: $\bar{K}_\sigma(\bar{x}) = \frac{\bar{y}(\bar{x}) - \bar{y}(\bar{l})}{\bar{y}(0) - \bar{y}(\bar{l})} = \frac{K_\sigma(\bar{x}) - K_\sigma(\bar{l})}{K_\sigma(\bar{0}) - K_\sigma(\bar{l})}$, где $K_\sigma(\bar{0})$; $K_\sigma(\bar{l})$; $K_\sigma(\bar{x})$ -

суть коэффициенты концентрации изгибных напряжений на торцах зуба (при $\bar{x} = x/l = 0$ и $\bar{x} = \bar{l}$) и в текущей точке \bar{x} соответственно. Анализ расчетов при варьировании в широких пределах параметров l_k и $\beta \cdot l$ показал, что величину

$\bar{K}_\sigma(\bar{x})$ можно искать в виде $\bar{K}_\sigma(\bar{x}) = \frac{K_\sigma(\bar{x}) - K_\sigma(\bar{l})}{K_\sigma(\bar{0}) - K_\sigma(\bar{l})} = (1 - \bar{x})^{n(K_\gamma, \beta l)}$. В результате для

коэффициента концентрации изгибных напряжений, при варьировании в широких пределах параметров l_k и $\beta \cdot l$, получены в явном виде следующие эмпирические зависимости:

$$K_\sigma(0) = 1 + 0,754 (\beta l)^{0,3} (K_\gamma - 1)^{0,59}; \quad K_\sigma(l) = 1 - 2,713 (\beta l)^{-0,72} (K_\gamma - 1)^{0,097};$$

$$n(K_\gamma, \beta l) = 1 + 0,029 (K_\gamma - 1)^{1,81}. \quad (31)$$

Полученные предложенным методом коэффициенты концентрации изгибных напряжений отличаются от известных тем, что в них учитывается влияние длины зубьев на уровень концентрации изгибных и контактных напряжений при перекосе. Из полученных зависимостей следует, в частности,

что короткий зуб деформируется как консольная балка, а не как консольная пластина, поэтому конечные размеры коротких зубьев проявляются в том, что по длине зуба будет переменной контактная составляющая деформации зубьев, а изгибная составляющая деформации может быть принята одинаковой для всех точек длины зуба. Иными словами, при перекосе для коротких зубьев возникает только концентрация контактных напряжений, а концентрации изгибных напряжений нет. Действительно, при $\beta l \rightarrow 0$ из (32) следует, что $\gamma_o \rightarrow 0$, а из (33) - $K_\sigma(0) \rightarrow 1$.

В шестой главе исследовано влияние конечных размеров упругих тел цилиндрической формы на их контактную податливость и концентрацию контактных напряжений.

В ряде инженерных приложений (роликовые подшипники, зубчатые передачи) при расчете нагруженности необходимо учитывать так называемый краевой эффект: в результате повышенной податливости у деталей ограниченных размеров со стороны края возрастают деформации в этих местах, что приводит к резкому возрастанию напряжений. Последние, в свою очередь, сильно снижают долговечность узла (например, роликовых подшипников).

О количественной величине этого явления можно судить по результатам простого опыта (А.В.Орлов). На поверхности плоской плиты толщиной 50 мм и диаметром 200 мм на расстоянии 50 мм от ее края в радиальном направлении был наклеен проволочный тензодатчик с базой 3 мм (рис. 10). При нагружении плиты сферическим индектором сначала со стороны ее края на расстоянии 30 мм от датчика (положение 1), потом на том же расстоянии со стороны центра плиты (положение 2), при абсолютной идентичности всех прочих условий, показания в первом случае на 30- 40 % были больше, чем во втором, что является следствием более высокой податливости тела плиты со стороны ее края.

Кроме того, в связи с тем, что долговечность роликовых опор по признаку усталостного выкрашивания обратно пропорциональна σ^m , где σ - уровень контактных напряжений, $m=6-9$, следовательно, материал роликов и

беговых дорожек колец в зонах действия краевого эффекта в несколько раз более подвержен разрушению по сравнению с материалом остальной части области контакта.

В литературе имеются экспериментальные исследования *) о влиянии конечных размеров прямоугольной плиты на их контактную деформацию (с параметрами плиты: $l= 200$ мм; $b= 120$ мм; $S= 120$ мм) при изменении расстояния точки приложения силы от свободного края. На рис.11 показана эта зависимость в безразмерном виде- $\bar{\delta}_k = \delta_k / \delta_{k \max}$ от $\bar{x} = x/l$, где $\delta_k = w_k / P \cdot 10^{-3}$, мкм/н, из которого видно, в частности, что контактная податливость плиты по мере приближения к свободному краю увеличивается, и на краю примерно в два раза больше, чем в срединной области.

Несмотря на важность этого явления, оно мало изучено. В настоящей работе смоделирована деформация от этого эффекта с помощью упругого основания. Простейшее непрерывное упругое основание предполагается состоящим из тесно расположенных линейных пружин, деформирующихся независимо друг от друга (E.Winkler). На рис. 12 показано распределение деформаций поверхности такого основания для случая равномерной нагрузки. Можно видеть, что для этой модели перемещения в нагруженной области

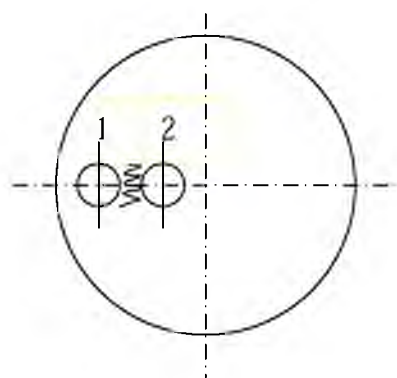


Рис.10.

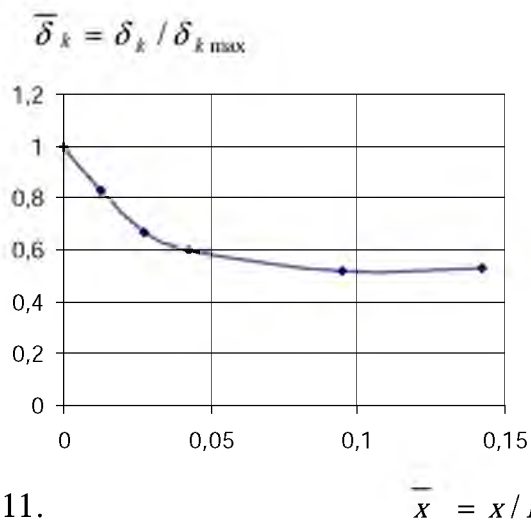


Рис. 11.

*) Ishikawa I., Umezawa K. Контактные деформации зубьев колес конечной ширины. М.: ВИНТИ, Экспресс-информ. «Детали машин». 1973, № 39, с.21- 32.

являются одинаковыми независимо от того, действует ли на основание абсолютно жесткий штамп или равномерно распределенная нагрузка.

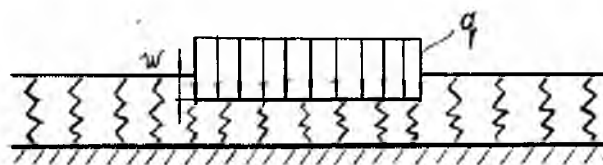
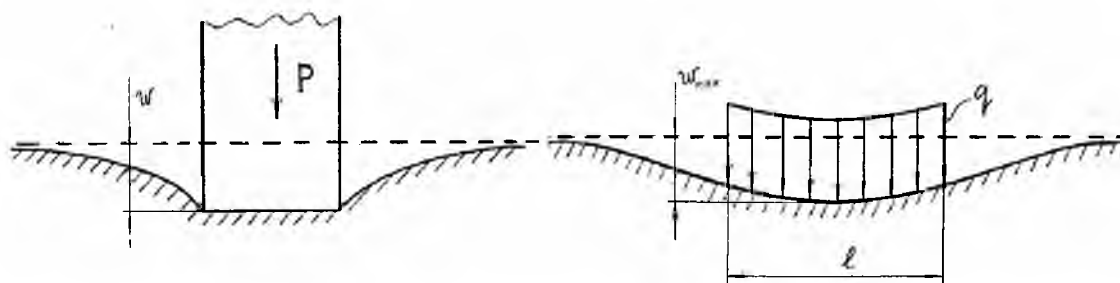


Рис.12.

Кроме того, для обоих типов нагружения перемещения вне нагруженной области оказываются равными нулю. Однако в реальности для большинства материалов распределение перемещений поверхности основания имеет такой вид, как показано на рис. 13а, б.

Для того, чтобы максимально приблизить картину деформации, соответствующую данной модели, к действительным, необходимо верхние концы пружин соединить балкой, которая будет работать на изгиб. Получим задачу об



а) Рис.13.

б)

изгибе балки на упругом основании. Для нее прогиб в произвольной т. x (Рис. 14) от действия сосредоточенной силы P будет определяться формулой

$$y = P\beta \cdot e^{-\beta x} (\cos \beta x + \sin \beta x) / 2k, \text{ где } \beta x - \text{ безразмерный параметр длины балки.}$$

С целью моделирования краевого эффекта, рассмотрим контакт двух цилиндров одинакового диаметра, один из которых имеет бесконечную длину, а другой- конечную, l (рис.15). В качестве расчетной модели возьмем изгиб балки бесконечной длины на упругом основании под действием равномерно распределенной (рис. 16) по длине l нагрузки. Для определения прогиба этой балки y в произвольной т. A

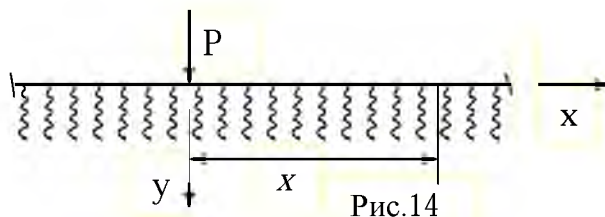


Рис.14

внутри нагруженного участка, необходимо по приведенной выше формуле определить элементарный прогиб dy от нагрузки qdx , т.е.

$$dy = \frac{qdx\beta}{2k} e^{-\beta x} (\cos \beta x + \sin \beta x) ,$$

с последующим интегрированием его по всей длине l , получим зависимость

$$y = q[1 - 0,5\theta(\beta b) - 0,5\theta(\beta c)]/k , \quad (32)$$

где $\theta(x) = e^{-x} \cos x$. Из последней формулы следует, что в точках внутри нагруженного участка, удаленных от концов (при достаточно больших c и b)

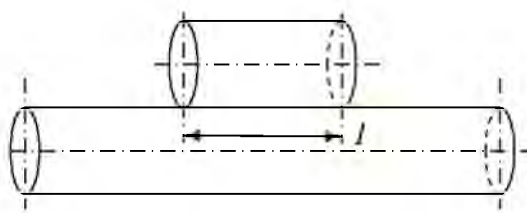


Рис.15.

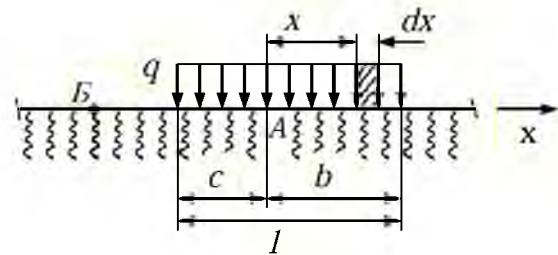


Рис.16.

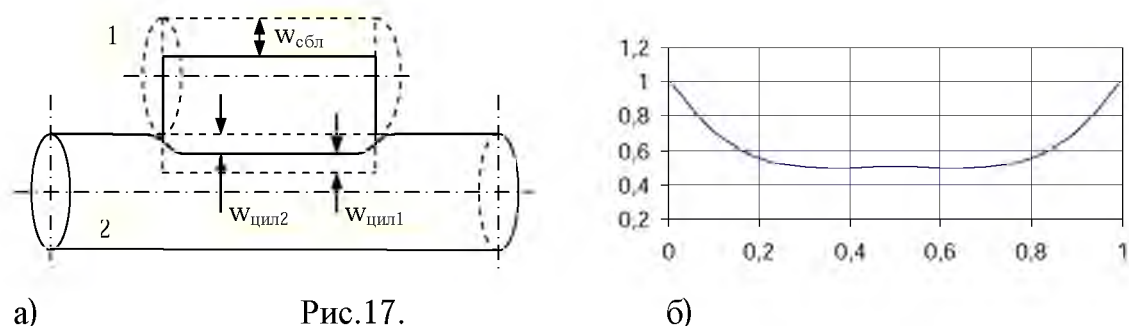
прогиб будет приближенно равен $y_0 = q/k$, т.е. равномерная нагрузка q непосредственно передается упругому основанию. На концах нагруженного участка (т.е. при $c=0$, $b=l$, и $c=l$, $b=0$) имеем $y \approx q/2k$, т.е. в этом случае прогиб составляет лишь половину y_0 .

Для прогиба вне нагруженного участка (т.Б), аналогичным образом, как и для области внутри нагруженного участка, легко получить формулу $y = q[0,5\theta(\beta c) - 0,5\theta(\beta b)]/2k$, из которой видно, что когда расстояния c , b велики, y стремится к нулю. Таким образом, для моделирования контакта двух цилиндров, имеющие разные длины, можно воспользоваться непрерывным упругим основанием, аналогичным изгибу балки на упругом основании.

При таком подходе проблема будет заключаться в достоверном определении коэффициента постели упругого основания k . Его можно определить исходя из условия, что при одинаковой длине цилиндров их контактная деформация w_H и прогиб балки на упругом основании y_0 будут совпадать, т.е. $w_H = y_0$.

Для определения контактной деформации цилиндров одинаковой длины (при решении плоской контактной задачи теории упругости о сжатии цилиндров, предполагается что цилиндры имеют одинаковую длину- они либо бесконечные, либо короткие диски) во второй главе с использованием модели упругого полупространства получена формула. Поэтому для прогиба балки можно записать $y_o = q/k = \bar{\delta}_0 \cdot q$; где $\bar{\delta}_0 = 4(1-\nu^2) * [\ln(4R/b) - 0,5] / \pi E = k^{-1}$. Следовательно, при разной длине цилиндров контактная деформация короткого цилиндра будет равняться $w = \bar{\delta}_0 \cdot q \cdot [1 - 0,5\theta(\beta b) - 0,5\theta(\beta c)]$.

Прогибы цилиндров, рассчитанные по этим зависимостям, показаны на рис.17а, на рис.17б показан фрагмент деформации короткого цилиндра в безразмерном виде, из которого видно, что действительно, контактная податливость у свободного края в два раза больше, чем в срединной области. Полученные зависимости справедливы для цилиндров, один из которых имеет бесконечную длину, а второй-конечную длину l . В случае, когда длины цилиндров соразмерные величины, то решение задачи аналогично изложенному. В пятой главе получена формула (29) для определения



прогиба балки конечной длины l на упругом основании при действии на нее в произвольной точке сосредоточенной силы F . Для определения прогиба такой балки при действии распределенной по длине l_1 нагрузки, необходимо найти прогиб dy от элементарной силы qdx с последующим интегрированием полученного выражения по всей длине l_1 .

Данная модель позволяет определить концентрацию напряжений на концах короткого цилиндра, что в связи с особенностью контакта цилиндрических тел конечных размеров не удастся описать в рамках теории Герца, несмотря на то, что контактные напряжения, действующие вдоль

большей части длины цилиндра, рассчитываются по теории Герца с хорошей точностью.

Действительно, концентрация контактных деформаций K_H на концах короткого цилиндра определяется $K_H = w/w_H = y/y_0$, отсюда с учетом изложенного выше получим- $K_{H_{цил}}^{\max} = \frac{q/2k + q/k}{q/k} = 1,5$. Следовательно, для коэффициента концентрации контактных напряжений на концах короткого цилиндра получим выражение $K_o = \frac{\sigma}{\sigma_H} = \sqrt{K_H} = 1,22$.

Во втором разделе (главы 7-10) диссертации приведено применение физико- математических моделей, методов и подходов, разработанных в первом разделе в прикладных задачах деталей и узлов машин и механизмов. В частности, для роликовых подшипников, мостовых опор, зубьев зубчатых колес и соединений (муфт), впервые определены контактные и изгибные деформации и напряжения при линейном и кромочном контактах с учетом их конечных размеров.

В седьмой главе получены аналитические формулы для определения контактной податливости (отношение контактной деформации зубьев к удельной нагрузке) зубчатых зацеплений в отсутствии перекоса; контактных деформаций и напряжений при перекосе; изгибных напряжений в основании зубьев при перекосе.

В литературе контактную деформацию зубьев определяют или как сближение центров кривизны контактирующих зубьев (В.Н.Кудрявцев, С.П.Тимошенко) и для податливости получают величину- $3,2 \cdot 10^{-5} \text{ мм}^2/\text{Н}$, или с использованием так называемой базовой точки (Э.Л.Айрапетов) и для податливости получают величину, равную $1,5 \cdot 10^{-5} \text{ мм}^2/\text{Н}$.

Полученные в третьей главе зависимости позволили определить контактную податливость зубчатого зацепления в аналитическом виде (26), где $C_{1,2}$; $R_{1,2}$ - толщина и радиус кривизны первого и второго зубьев в рассматриваемой точке соответственно. Из этой формулы следует, что удельная податливость зубьев зависит от внешней нагрузки: $\bar{\alpha}$ уменьшается с

увеличением q . Этот на первый взгляд неочевидный вывод легко объясняется малостью площадки контакта в начальный момент нагружения зубьев. График $\bar{\alpha}$ [мкм/н/мм] - q [н/мм] для зубьев с параметрами (в полюсе зацепления): модуль зацепления $m=5$ мм; приведенный радиус кривизны $R_{np}=19$ мм; толщина зубьев цилиндрических зубчатых колес $C_1=C_2=7,85$ мм; модуль упругости материала зубьев $E=2,15 \cdot 10^5$ Н/мм² - показан на рис.18, из которого видно, что в широком диапазоне изменения q удельная податливость $\bar{\alpha}$ меняется от $2,0 \cdot 10^{-5}$ мм²/Н до $2,5 \cdot 10^{-5}$ мм²/Н. В тоже время из рис.18 также следует, что при малых значениях q из-за малости площадки контакта в начальный момент нагружения влияние q на величину $\bar{\alpha}$ оказывается существенным.

Контактная податливость зубчатых зацеплений с учетом перекоса, определена согласно полученному в четвертой главе решению задачи о контакте двух цилиндров при перекосе, т.е. $\alpha = K_\gamma \alpha_H$, где коэффициент угла перекоса K_γ определяется

с учетом деформативной составляющей угла перекоса γ_ϕ ; а контактная деформация зубьев в отсутствии перекоса α_H - по формуле (26).

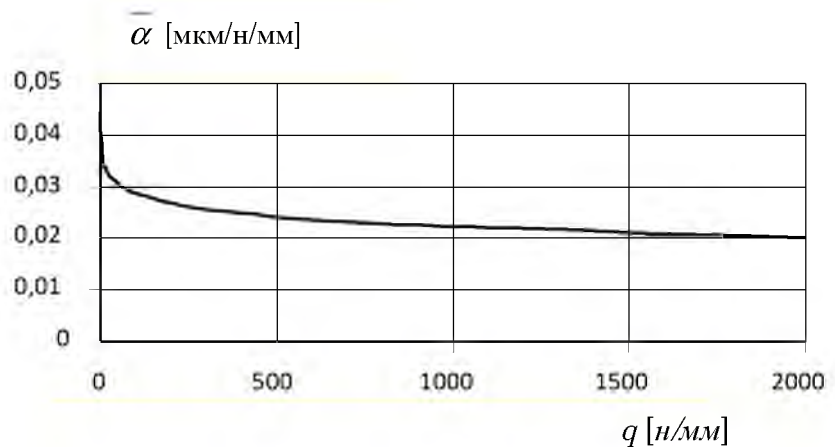


Рис 18. Податливость зубчатых зацеплений

Используя полученные

зависимости для определения контактных напряжений двух цилиндров при перекосе, получены контактные напряжения зубьев зубчатых колес при перекосе. Контактные напряжения $\sigma_{H\gamma}$ в полюсе зацепления при перекосе определяются $\sigma_{H\gamma} = K_{\sigma H} \cdot \sigma_{H0}$, где σ_{H0} - контактные напряжения без учета дополнительных нагрузок, т.е. при $K_{\sigma H} = 1$; $K_{\sigma H}$ - коэффициент контактных напряжений, $K_{\sigma H} = (K_\gamma \cdot K_H)^{1/2}$, здесь K_H коэффициент нагрузки *).

Напряжения при изгибе зубьев в условиях перекоса в опасном сечении определяются по формуле *) $\sigma_{F\gamma} = \frac{F_t}{b_w m} K_F K_{F\gamma} Y_{Fs} Y_\beta$, где F_t – окружная сила в зацеплении; m – модуль зацепления; b_w – рабочая ширина венца зубчатой передачи; K_F – коэффициент нагрузки; Y_{Fs} – коэффициент, учитывающий влияние формы зуба; Y_β – коэффициент, учитывающий влияние наклона зуба *) ; $K_{F\gamma}$ – коэффициент изгибных напряжений, учитывающий влияние перекоса в зацеплении и упругих деформаций зубьев на их уровень, определяется по полученным в пятой главе формулам (31); коэффициент угла перекоса по формуле, полученной в четвертой главе с учетом формулы деформативного угла (30).

В восьмой главе на основе полученных в третьей главе соотношений для суммарной контактной деформации двух упругих тел конечных размеров, впервые аналитически определена податливость ролика, сжатого между двумя плитами из одинаковых материалов. Эта зависимость используется при определении жесткости мостовых опор. В этой же главе расчетным путем доказан известный факт о независимости величины сближения двух сжимающих ролик плит из одинаковых материалов от радиуса ролика, полученным в результате многочисленных экспериментов.

Для решения этой задачи (рис.19) в литературе на основе данных экспериментальных исследований сжатия ролика плоскими плитами или с использованием так называемой базовой точки, существует много формул вида $\alpha = K_\alpha q / E$, (табл. 1), где K_α – безразмерный коэффициент. Здесь уместно отметить, что если в экспериментах сжатия ролика плоскими плитами из одинаковых материалов сближение α не зависит от радиуса R ролика, то это не означает, что деформация α самого ролика также не зависит от радиуса R , (в

*) Айрапетов Э.Л., Брагин В.В., Державец Ю.А., Нахатакян Ф.Г., и др. Расчеты и испытания на прочность. Общие требования и методы расчета на прочность цилиндрических эвольвентных зубчатых передач. Р 54-285-90.- М.: Госстандарт СССР: ВНИИИНАШ, 1990, с. 105.

формулу для α входит радиус R), и наоборот, если в формуле для α присутствует R , то это не означает, что результат эксперимента, где констатируется факт независимости сближения от R - неправильный. Дело в том, что эксперименты фиксируют суммарную деформацию ролика и плиты.

С помощью полученных формул (см. табл.2, первая строка) определяется суммарное перемещение центра ролика относительно основания плиты при одинаковых материалах ролика и плиты. Откуда получаем полное сближение двух плит с толщинами C_1, C_2 , между которыми сжат ролик, в виде следующей зависимости

$$\alpha = 2 w_{A/B} = 2 \frac{4(1-\nu^2)q}{\pi E} \ln \left[1,842 \sqrt{\frac{E\sqrt{C_1 C_2}}{q}} \right], \quad (33)$$

т.е. сближение плит, между которыми сжат ролик, не зависит от радиуса ролика, а зависит от толщин плит. Формула (33) используется для определения жесткости мостовых опор. По поводу толщин плит в ней заметим, что Хоприх и Цантопулос решили аналогичную задачу с использованием базовой точки, а в качестве ее координаты взяли толщину плиты, хотя сами не смогли обосновать этот выбор, но получили хорошее соответствие с экспериментальными данными.

Анализ формулы (33) показал, что из нее для безразмерного параметра K_α легко получить аналитическую зависимость в виде (на одном контакте) $K_\alpha = 4(1-\nu^2) \left[\ln 1,842 \sqrt{EC/q} \right] / \pi$, из которого следует, что этот параметр не

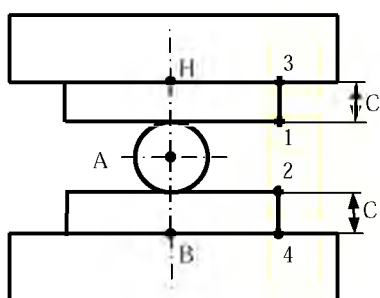


Рис.19. Сжатие ролика плитами из одинаковых материалов

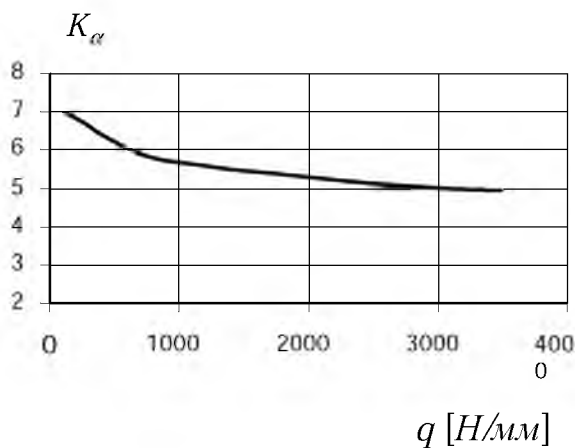


Рис.20. Зависимость безразмерного коэффициента K_α от погонной нагрузки

является постоянным. Из графика (рис. 20) зависимости $K_\alpha - q$, построенной по последней формуле (для параметров плит: C , E , ν из эксперимента Хоприха и Цантопулоса) следует, что в широком диапазоне изменения q величина K_α меняется от 5,0 до 6,0. У Э.Л.Айрапетова- 4,86; у М.М.Матлина, А.И.Мозгунова, А.А.Старикова -5,27; у А.В.Орлова- 5,5. Однако, как видно из графика, при малых значениях q погрешность сильно возрастает.

В девятой главе на основе полученных в первом разделе соотношений для суммарной контактной деформации двух упругих тел конечных размеров, аналитически определена (для одного тела) податливость роликовых подшипников в отсутствие перекоса. Здесь же определены контактные деформации и напряжения в них при перекосе.

Для этого параметра в литературе на основе экспериментальных данных приводятся (для одного тела) величины: $26 \cdot 10^{-3}$ мкм/Н/мм (А.В.Орлов) ; $33 \cdot 10^{-3}$ мкм/Н/мм (В.Н.Кудрявцев).

Определить аналитически этот параметр станет возможным, если сближение колец рассмотреть как сумму сближений, с одной стороны, в контакте ролик наружное кольцо, с другой стороны, в контакте ролик внутреннее кольцо, для которых в первом разделе получены аналитические зависимости. В итоге для сближения точек B и H получена формула

$$w_{B/H} = 2 \frac{4(1-\nu^2)q}{\pi E} * \ln \left[1,842 \sqrt{\frac{E \sqrt{C_1 C_2}}{q} \left(1 + \frac{1}{2} \frac{R_0^2}{R_1 R_2} \right)} \right]. \quad (34)$$

Из последней зависимости легко получить соотношение для контактной податливости. Проведенный анализ зависимости (34) (с начальными параметрами для подшипников 2211) показал, что контактная податливость в широком диапазоне изменения q меняется от $20 \cdot 10^{-3}$ до $30 \cdot 10^{-3}$ мкм/Н/мм. Таким образом, ее лишь в конкретном диапазоне изменения q можно приближенно считать величиной постоянной.

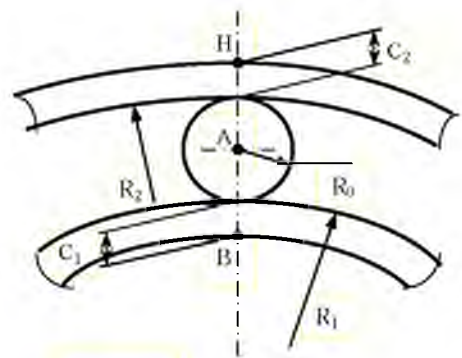


Рис.21

Контактная податливость роликовых подшипников с учетом перекоса, определена на основе полученных в четвертой главе результатов решения задачи о силовом контакте цилиндра с плитой при перекосе, и определяется по формуле (27), где α_H - контактная деформация роликовых подшипников в отсутствии перекоса вычисляется по формуле (34). Максимальные контактные напряжения определяются по формуле (28), где коэффициент угла перекоса определяется по формулам из четвертой главы.

В десятой главе исследована нагруженность зубчатых соединений (муфт). Основываясь на работах Э.Л.Айрапетова и О.И.Косарева, оценено влияние перекоса, вызываемого погрешностями изготовления и монтажа, на напряженно-деформированное состояние элементов зубчатых муфт при различной геометрии боковых поверхностей зубьев.

Для определения зоны нагруженных зубьев получено соотношение

$$\theta_0 = \alpha_{11} (54 \bar{P}_0)^{\alpha_{12}} \cdot (\delta_g / \delta_s)^{\alpha_{13}}, \quad \text{где}$$

$\bar{P}_0 = P_0 \cdot \delta_s / S_0$ - безразмерная средняя нагрузка на зубе; δ_g , δ_s - податливость обода и зуба; S_0 - максимальный зазор между зубьями, вызванный перекосом осей полумуфт; α_i - числовые константы.

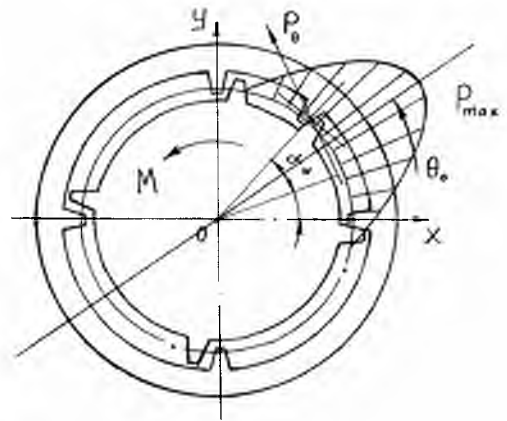


Рис.22 Зубчатое соединение

Определен коэффициент перегрузки зубьев $K_P = 1 + F_P / P_1 \delta_S$, где F_P - вероятная величина зазора между зубьями, вызванная накопленной погрешностью зубчатых венцов полумуфт; P_1 - максимальная нагрузка на зубе, для которой получены следующие расчетные формулы:

$$P_1 = \alpha_8 \bar{P}_0^{\alpha_9} (\delta_g / \delta_s)^{\alpha_{10}} / (\delta_s / S_0) \quad \text{при } \theta_0 \leq 90^\circ; \quad P_1 = [(\bar{P}_0 - \bar{P}_0^*) + \bar{P}_1^*] / (\delta_s / S_0), \quad \text{при } \theta_0 > 90^\circ;$$

здесь $\bar{P}_0^* = \alpha_{14} (\delta_g / \delta_s)^{\alpha_{15}}$ - безразмерная предельная нагрузка на зубе (при

$\theta_0 = 90^\circ$); $\bar{P}_1^* = \alpha_{16} (\delta_g / \delta_s)^{\alpha_{17}}$ - безразмерная предельная нагрузка на зубе.

Определены контактные и изгибные напряжения с учетом перекоса, вычисляемые по формулам $\sigma_{H\gamma} = K_{H\gamma} \cdot \sigma_{Ho}$, $\sigma_{F\gamma} = K_{F\gamma} \cdot \sigma_{Fo}$, где σ_{Ho} ; σ_{Fo} - контактные и изгибные напряжения в отсутствии перекоса.

Третий раздел (главы 11 и 12) диссертации посвящен экспериментальным исследованиям, сопоставлению полученных результатов теоретических исследований с экспериментальными данными, а также сравнению с данными других авторов.

В одиннадцатой главе дано описание проведенного в работе специального эксперимента- исследование методом голографической интерферометрии контактных деформаций цилиндрических, конических и бочкообразных роликов, имитирующих контакт цилиндрических зубьев в отсутствии перекоса и при его наличии, а также с продольной модификацией. Ролики были стальные, и изготовлены из оргстекла. Дано описание методов и средств экспериментальных исследований, для регистрации, съема и расшифровки информации, приведены также соответствующие оптические схемы. В этой же главе приведены результаты указанных экспериментальных исследований.

В двенадцатой главе для проверки достоверности полученных в диссертации зависимостей приведено сопоставление полученных результатов теоретических исследований с экспериментальными данными, при этом использовались как результаты специально поставленных экспериментов, так и проведенных другими авторами (А.В.Орлов, Э.Л.Айрапетов, О.И.Косарев, И.В.Волгин, Хоприх, Цантопулос). Результаты расчета проверялись также имеющимися в литературе (А.В.Орлов) данными, полученными с помощью метода конечных элементов (МКЭ).

Для проверки достоверности полученных зависимостей по определению контактной деформации круговых цилиндров, на рис.23 приведено сопоставление расчетных величин с экспериментальными данными для цилиндров из оргстекла (модуль упругости- 2650 н/мм^2 ; длина- 40 мм ;

диаметры- 30 мм и 10мм). Из графиков видно хорошее их соответствие (точки- эксперимент; линии- расчет).

Для проверки полученных зависимостей по определению совместных деформаций роликов и сжимающих плит, исследовалось сжатие стальных роликов стальными плитами. На рис.24 приведено сопоставление результатов экспериментальных исследований (точки) с расчетными величинами (линии) сближения плит от сжимающей удельной нагрузки при варьировании длины и диаметра роликов, а именно: длина ролика $l = 20$ мм; диаметр ролика $2r = 7$ мм;

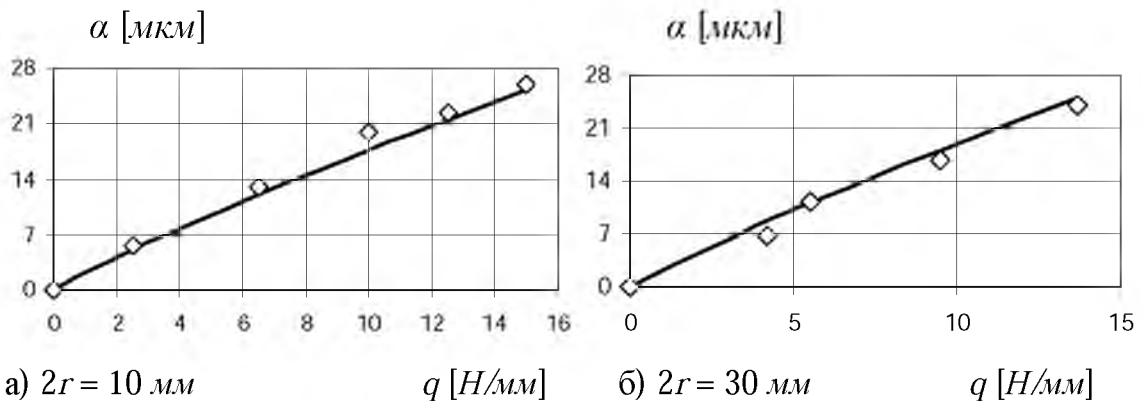


Рис. 23. Сопоставление расчетных (линии) и экспериментальных (точки) данных контактной деформации роликов из оргстекла. Длина ролика $l = 40$ мм ; диаметр- $2r$

$l = 7,5$ мм; $2r = 7,5$ мм; $l = 30$ мм; $2r = 30$ мм. Из этого графика также видно их удовлетворительное соответствие. Это говорит о достоверности полученных в диссертации зависимостей.

Как было отмечено выше, полученные соотношения находятся в согласии и с имеющимися в литературе экспериментальными данными. На рис.25 приведено сопоставление расчетных (линии) и экспериментальных (точки) данных (А.В.Орлов) для зависимости сближения сжимающих стальные

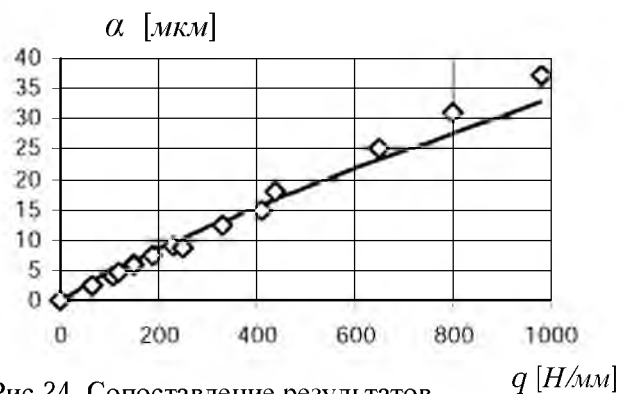


Рис.24. Сопоставление результатов экспериментальных исследований (точки) с расчетными величинами (линии) сближения плит от сжимающей удельной нагрузки. Длина роликов 7,5; 20; 30 мм; диаметр роликов 7,0; 7,5; 30 мм.

ролики плит от сжимающей удельной нагрузки. Здесь также наблюдается их хорошее соответствие, что подтверждает предложенную теорию.

С целью проверки полученного в четвертой главе решения задач о контакте двух цилиндров и цилиндра с плоскостью при перекосе, проведено сравнение его с имеющимися в литературе данными, полученными МКЭ, рассчитанными для пары плоскость-ролик (А.В.Орлов) при следующих исходных данных: диаметр $2R = 40 \text{ мм}$ и длина $L = 40 \text{ мм}$ при перекосах от 0 до β' , сжимающая сила варьировалась: а) $Q = 30 \text{ кН}$; б) $Q = 60 \text{ кН}$; в) $Q = 90 \text{ кН}$. На рис.26. показано это сопоставление: а- Δ ; б- \circ ; в- \diamond , откуда следует, что результаты расчета хорошо согласуются с данными МКЭ.

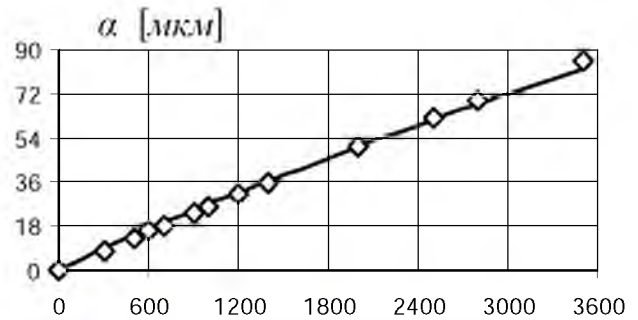


Рис.25. Сопоставление расчетных (линии) и экспериментальных (точки) данных (А.В.Орлов) сближения плит от сжимающей удельной нагрузки. Длина роликов 50 мм; диаметр роликов 12; 20; 30 мм.

Для проверки степени соответствия дискретно-континуальной модели зуба балке конечной длины на упругом основании, на рис.27 показаны полученные расчетные зависимости (линии 1,2 и 3) для прогиба балки под действием сосредоточенной нагрузки P при варьировании координаты $\bar{c} = c/l$ точки приложения ($1-\bar{c}=0,10$; $2-0,23$; $3-0,50$). На этом же графике показаны экспериментальные значения этих же перемещений в продольном направлении, обозначенные значками ($\circ-\bar{c}=0,10$; $\Delta-0,23$; $\times-0,50$) для консольной пластины (Э.Л.Айрапетов).

Из сопоставления расчетных и экспериментальных данных следует, что действительно, зуб в продольном направлении деформируется подобно балке конечной длины на упругом основании.

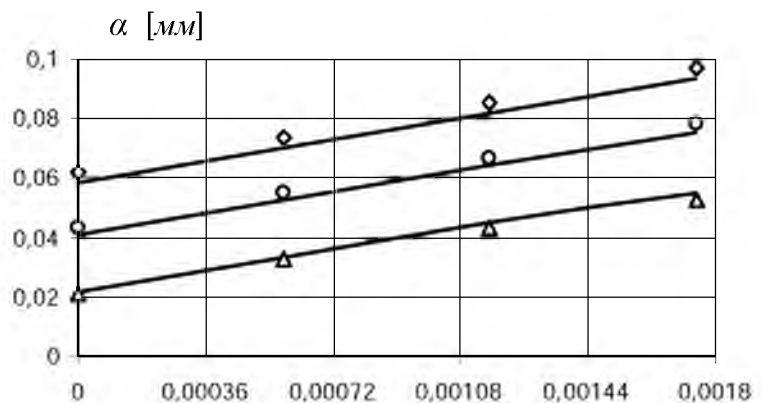


Рис. 26. Сопоставление расчетных (линии) и данных МКЭ (точки) контактной деформации

С целью проверки достоверности зависимостей для определения деформативной составляющей

$\gamma_{\text{деф}}$ угла перекося и коэффициента угла перекося K_γ , обратимся к имеющимся в литературе экспериментальным исследованиям (И.В.Волгин), где для изгибной деформации зубьев при наличии перекося со следующими параметрами: ширина зуба $b=27\text{ мм}$; модуль $m=5\text{ мм}$; угол зацепления $\alpha=20^\circ$; удельная нагрузка $q=324\text{ Н/мм}$; модуль упругости материала $E=2,1 \cdot 10^5\text{ Н/мм}^2$; угол перекося варьировался $\gamma_T=0 \div 0,005\text{ рад}$. На рис. 28 показано сопоставление расчетных (линии) и экспериментальных (точки) данных зависимости коэффициента концентрации изгибных напряжений от нагрузочного параметра ($l \cdot \gamma / \Delta_H$), откуда видно, что полученные в диссертации зависимости для определения изгибных деформаций и напряжений находятся в удовлетворительном соответствии с экспериментальными данными.

Для проверки достоверности полученных зависимостей по определению коэффициента концентрации изгибных напряжений по длине зуба $K_\sigma(x)$, на рис.29. приведено сопоставление расчетных (линии) и экспериментальных (точки) данных (Э.Л.Айрапетов, О.И.Косарев) *).

Экспериментальные модели зуба с прямолинейной образующей имели следующие параметры: модуль $m=6\text{ мм}$; число зубьев $z=20$; ширина зуба $b=20\text{ мм}$, материал оргстекло $E=2,7 \cdot 10^3\text{ Н/мм}^2$. Зубья нагружались усилием

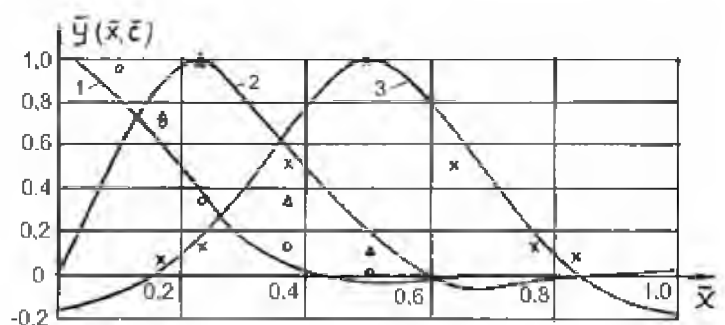


Рис.27.

$P=120\text{ Н}$ при углах перекося: $\gamma_T=1,0^\circ; 0,5^\circ; 0,25^\circ$. Соответствующие этим углам экспериментальные данные представлены на рис.29 светлыми кружками, треугольниками и темными кружками. Здесь же приведены результаты расчета (линии 1-3) полученные в диссертационной работе для тех же углов перекося. Результаты расчета с достаточной точностью соответствует экспериментальным данным.

*) Айрапетов Э.Л., Косарев О.И. Зубчатые муфты. М.: Наука, 1982, 128 с.

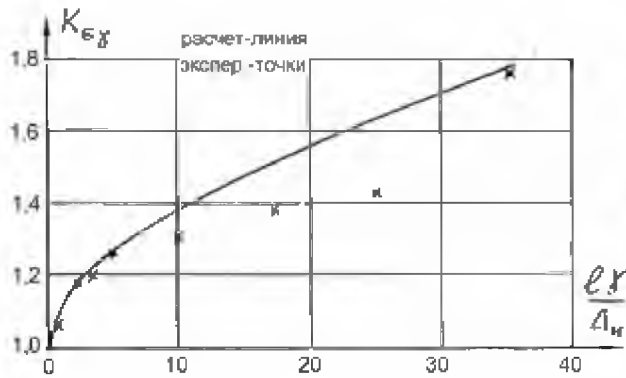


Рис. 28.

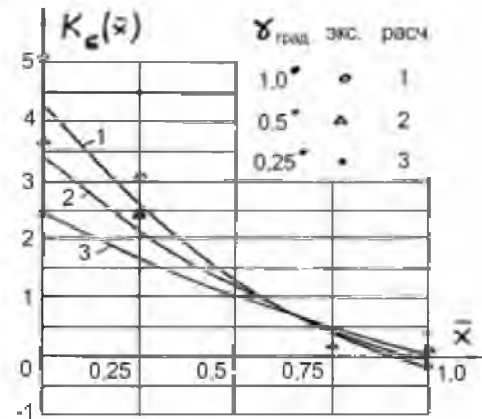


Рис. 29

ЗАКЛЮЧЕНИЕ.

1. Разработан метод решения задачи об определении контактной деформации круговых цилиндров бесконечной длины. Впервые показано, что с использованием модели упругого полупространства на основе теории Герца можно получить решение данной задачи. С использованием этой модели уточнено известное решение Б.С.Ковальского в части определения контактной деформации круговых цилиндров.

Установлено, что погрешность решения Б.С.Ковальского зависит от радиуса цилиндров, упругих свойств материала и от величины внешней нагрузки, и колеблется в пределах от 5 до 30 % .

Дано также теоретическое объяснение ошибки известного решения Н.М.Беляева для определения контактной деформации круговых цилиндров и приведено достоверное решение.

2. Аналитически решена задача о контакте цилиндра с плоскостью (или двух цилиндров) при наличии перекоса γ между ними и определены следующие параметры контакта: контактная деформация α ; максимальные контактные напряжения σ_{max} ; максимальная полуширина b_γ и длина l_k площадки контакта. Сопоставление результатов расчета на основе аналитических зависимостей с экспериментальными и имеющимися в литературе расчетными данными МКЭ, показало удовлетворительное соответствие.

3. Разработан метод и впервые аналитически определена суммарная контактная деформация двух упругих тел, находящихся в силовом контакте по линии, с учетом их конечных размеров.

Сопоставление предложенного решения по определению контактной деформации прямоугольной плиты (при варьировании в широком диапазоне ее толщины) с имеющимся в литературе приближенным решением показало, что погрешность последнего колеблется от 8 до 18 % .

4. Предложена физико- математическая модель изгибной деформации по длине зубьев конечной длины. На основе этой модели изложен аналитический метод определения коэффициента концентрации изгибных напряжений в зубьях муфт и зубчатых колес в условиях перекоса с учетом их конечных размеров. С его использованием стало возможным построение эпюры изменения напряжений в основании зубьев при перекосе по его длине. Установлена также связь между изгибной деформацией по длине зубьев и концентрацией контактных напряжений.

К наиболее важным результатам диссертации можно отнести положение о том, что при торцевом приложении нагрузки (вследствие перекоса) изгибная деформация зуба способствует снижению концентрации контактных напряжений и изгибные деформации по длине зуба частично компенсируют перекос (за счет так называемого деформативного угла перекоса) в зацеплении зубьев.

Решена задача об изгибе балки конечной длины на упругом основании под действием произвольной нагрузки. Использование этой методики позволило аналитически определить деформативную составляющую угла перекоса. Учет последнего позволил уточнить расчеты по определению контактных и изгибных напряжений в зубьях колес. Анализ результатов показал, что до 45 % угла перекоса может компенсироваться изгибной деформацией зуба в продольном направлении. Сопоставление результатов расчетного исследования с имеющимися в литературе экспериментальными данными показало их удовлетворительное соответствие.

5. Построена модель краевого эффекта у тел цилиндрической формы конечных размеров при их контактном взаимодействии. Получены расчетные формулы для определения деформаций и напряжений на концах короткого цилиндра.

Определены в безразмерном виде коэффициенты концентрации контактных деформаций и напряжений на свободном конце упругого тела цилиндрической формы, которые в связи с особенностью контакта цилиндрических тел конечных размеров, не удастся описать в рамках теории Герца.

Показано, что напряжения на краю короткого цилиндра на 22 % больше, чем в срединной области (по Герцу).

6. На основе разработанной физико-математической модели контактного взаимодействия зубьев колес, получены аналитические выражения их контактной податливости в отсутствии перекоса, которые позволили установить, что контактная податливость зависит от внешней нагрузки и в широком диапазоне ее изменения она меняется в пределах от $2,0 \cdot 10^{-5} \text{ мм}^2/\text{Н}$ до $2,5 \cdot 10^{-5} \text{ мм}^2/\text{Н}$.

Таким образом показано, что за контактную податливость в известных методиках принимается величина или в $1,28 \div 1,6$ раза превышающую ($3,2 \cdot 10^{-5} \text{ мм}^2/\text{Н}$ - В.Н.Кудрявцев; С.П.Тимошенко), или на $25 \div 40$ % заниженную ($1,5 \cdot 10^{-5} \text{ мм}^2/\text{Н}$) величину, по сравнению с реальной величиной. Сопоставление результатов расчетного исследования с имеющимися в литературе экспериментальными данными показало их удовлетворительное соответствие.

7. С помощью разработанного метода аналитически определена контактная податливость роликовых подшипников в отсутствии перекоса. Установлено, что контактная податливость роликовых подшипников не является постоянной величиной, а зависит от внешней нагрузки, и в широком диапазоне изменения нагрузки она принимает значения от $20 \cdot 10^{-3}$ до $30 \cdot 10^{-3} \text{ мкм}/\text{Н}/\text{мм}$, в результате чего полученные аналитические зависимости на 15- 30

% уточняют известные данные других авторов ($26 \cdot 10^{-3}$ мкм/Н/мм; $33 \cdot 10^{-3}$ мкм/Н/мм).

Полученные расчетные результаты подтверждаются сопоставлением их с имеющимися в литературе экспериментальными данными.

8. Приведено аналитическое определение контактных напряжений зубьев зубчатых колес и роликовых подшипников при перекосе.

9. Оценено влияние перекоса, вызываемого погрешностями изготовления и монтажа, на напряженно-деформированное состояние зубчатых соединений (муфт). Уточнено влияние податливости обода на зону нагруженных зубьев муфты. Получены расчетные зависимости для расчета зубчатых муфт на прочность при различной форме боковых поверхностей зубьев с учетом перекоса.

10. Обобщены теоретические и экспериментальные методы определения контактной деформации зубьев с учетом влияния перекоса. Проведены методом голографической интерферометрии экспериментальные исследования контактных деформаций цилиндрических, конических и бочкообразных роликов, моделирующих контакт зубьев зубчатых колес при перекосе. Полученные результаты измерений удовлетворительно согласуются с расчетными данными.

Основное содержание диссертации опубликовано в работах:

в изданиях, рекомендованных ВАК :

1. Влияние изгибной деформации зубьев прямозубых цилиндрических передач на параметры контакта зубьев. Вестник машиностроения, 1990, № 8, с.21-23. (соавтор Э.Л.Айрапетов).

2. Метод расчета статической нагруженности упругих систем с односторонними связями. Доклады АН Уз ССР, 1989, 4, с.19- 21. (соавторы Э.Л.Айрапетов и др.).

3. Расчеты и испытания на прочность. Общие требования и методы расчета на прочность цилиндрических эвольвентных зубчатых передач. Р-54-

285-90. Госстандарт СССР. М., ВНИИНМАШ, 1990, 105. с. (соавторы Э.Л.Айрапетов, В.В.Брагин, Ю.А.Державец, Н.М.Шоломов и др.).

4. Метод расчета на прочность зубчатых муфт. Р54-ЗІЗ-90. Госстандарт СССР. М., ВНИИНМАШ, 1991, 39. с. (соавторы Э.Л.Айрапетов, Б.С.Уткин, Н.М.Шоломов и др.).

5. Расчеты и испытания на прочность. Общие требования к расчетам на прочность зубчатых передач. Госстандарт СССР. М., ВНИИНМАШ, 1989, 68.с. (соавторы Э.Л.Айрапетов, В.В.Брагин, Ю.А.Державец, Н.М.Шоломов и др.).

6. Метод расчета на прочность конических прямозубых эвольвентных передач. Госстандарт СССР. - М., ВНИИНМАШ, 1990, 92. с. (соавторы Э.Л.Айрапетов, В.И.Ковалевский, Н.М.Шоломов и др.).

7. Расчетная модель износа зубьев неточных и деформируемых прямозубых зубчатых передач. Вестник машиностроения, 1990, №11 с.18-20. (соавтор Э.Л.Айрапетов).

8. Определение коэффициента концентрации изгибных напряжений в зубьях колес с учетом упругих деформаций и погрешностей изготовления и монтажа элементов передачи. // Проблемы машиностроения и надежности машин, 2008г. № 4, с. 39- 43.

9. Сближение упругих тел в контактной задаче Герца. // Проблемы машиностроения и автоматизации, 2010. № 1, с. 102- 106. (соавтор О.И.Косарев).

10. Расчетное определение коэффициента изгибных напряжений на зубьях зубчатых колес при перекосе // Проблемы машиностроения и надежности машин, 2010, № 2, с. 61- 69. (соавторы: О.И. Косарев и др.)

11. Механика контактного сближения упругих тел в задаче Герца. // Проблемы машиностроения и надежности машин, 2010. № 5, с. 48-56.

12. Расчетное определение контактной податливости зубьев цилиндрических зубчатых колес на основе теории Герца. // Проблемы машиностроения и автоматизации, 2010. № 4. с. 49-52.

13. Расчетное определение упругой податливости роликовых подшипников на основе теории Герца. // Проблемы машиностроения и надежности машин, 2011. №1. 28- 32.

14. Об одном методе точного решения контактной задачи Герца для круговых цилиндров с параллельными осями // Вестник машиностроения. 2011, № 3. с.3-6.

15. Решение плоской контактной задачи теории упругости с помощью модели упругого полупространства // Проблемы машиностроения и надежности машин, 2011. № 5. с. 63- 67.

16. Контактные напряжения и деформации цилиндров при наличии перекоса // Вестник машиностроения. 2011. № 10. с. 45- 48.

17. Расчетная оценка контактной податливости зубчатых зацеплений. // Вестник машиностроения. 2011. № 11. с. 24-26. (соавторы: Бедный И.А. и Пузакина А.К.)

18. Краевой эффект при контактном взаимодействии двух цилиндров с различными длинами // Проблемы машиностроения и надежности машин, 2012. № 1. с. 50-54.

19. Аналитический метод решения задачи о контакте цилиндров при наличии перекоса // Проблемы машиностроения и надежности машин, 2012. № 2. с. 45-49. (соавтор Косарев О.И.).

20. К вопросу моделирования краевого эффекта с помощью упругого основания // Проблемы машиностроения и автоматизации, 2012. № 2. с. 60- 62. (соавторы: Фирсанов В.В., Леонтьев М.Ю. и Пузакина А.К.)

21. Контактное взаимодействие цилиндров при наличии перекоса // Проблемы машиностроения и автоматизации, 2012. № 4. С. 91- 93.

22. О решении Беляева по определению контактной деформации цилиндров // Вестник машиностроения. 2013. № 5. с. 3-6.

23. Контактная деформация упругих тел конечных размеров при взаимодействии по линии. // Вестник машиностроения. 2014, № 2, с. 24-27.

24. К методу Н.М.Беляева по определению контактной деформации цилиндров. // Проблемы машиностроения и автоматизации, 2014. № 2, с. 64- 68.

25. К вопросу контактной деформации круговых цилиндров. // Проблемы машиностроения и автоматизации, 2014. № 4.

Получены патенты:

26. Патент № 1788364 Прямозубая цилиндрическая передача (в соавторстве). Бюл. изобр.- 1993- № 2.

27. Патент № 1781477 Способ снижения уровня вибрации подшипника качения (в соавторстве). Бюл. изобр.- 1992- № 46.

Публикации в других изданиях и в материалах научных конференций :

28. Статическое нагружение опор качения- Сб. научн. трудов “Повышение работоспособности композиционных материалов, узлов и машин”. Ташкент, изд. ТашПИ, 1989, с.88-94. (соавторы Э.Л. Айрапетов, В.И. Ковалевский и др.).

29. Метод расчета статической нагруженности многопарных передач зацеплением. Тез. докл. Всесоюзного симпозиума “Теория реальных передач зацеплением, часть 2- я, Прочность и технология реальных передач зацеплением” Курган, 1988, с.45-47. (соавторы Э.Л.Айрапетов и др.).

30. Голографический метод контроля полного вектора тангенциального перемещения для определения деформации деталей машин в заданном направлении. Тез. докл. Республ. Научно- практ. семинара “Голография в промышленности и научных исследованиях” Гродно, 1989, с. 9-10. (соавторы Э.Л.Айрапетов, Г.Г.Тертышный).

31. Оптический метод определения контактных деформаций квазистатических поверхностей деталей машин. Тез. докл. Республ. научно- практ. семинара “Голография в промышленности и научных исследованиях” Гродно, 1989, с. 10- 11. (соавторы Э.Л.Айрапетов, Ю.Б.Коровкин, Г.Г.Тертышный).

32. Статическая нагруженность мкогопарных передач зацеплением. Тез. докл. отрасл. научно-технич. совещ. “Повышение качества зубчатых колес с моментопередающих деталей сельскохозяйственных машин путем пользования РК- профилей”. Ташкент, 1989, с.12 (соавторы Э.Л.Айрапетов и др.).

33. Оптический метод исследования контактных деформаций роликов при моделировании угла перекося и профильной модификации зубьев цилиндрических зубчатых передач. Тез. докл. отрасл. научн.- техн. совещ. "Повышение качества зубчатых колес и моментопередающих деталей сельскохозяйственных машин путем использования РК- профилей". Ташкент, 1989, с.11. (соавторы Э.Л.Айрапетов, Г.Г.Тертышный).

34. Деформация опор качения зубчатых передач. Тез. докл. Межреспубл. научн.- техн. конф. "Опыт исследования, проектирования, изготовления и эксплуатации зубчатых передач Новикова" Рига, 1989, с.89. (соавторы Э.Л.Айрапетов, А.С.Мухитдинов).

35. Влияние концентрации контактных давлений на изгибные напряжения в зубьях колес. Тез. докл. Республ. научн.-техн. конф. "Тенденции повышения нагрузочной способности передач зацеплением". Кишикев, 1989, с .45-47. (соавтор Э.Л.Айрапетов).

36. Расчетная оценка прочности зубьев прямозубых конических передач. Тез. докл. Республ. научн.- техн. конф. "Тенденции повышения нагрузочной способности передач зацеплением", Кишинев, 1989, с.51- 53. (соавторы Э.Л.Айрапетов, В.И.Ковалевский и др.).

37. Снижение виброактивности подшипников качения. Тез. докл. Республ. научн.- техн. конф. "Проблемные вопросы создания средств вибрационной техники для использования в различных технологических процессах машиностроительной отрасли Узбекистана. Ташкент, 1990, с. 99-100. (соавторы Э.Л.Айрапетов, В.И.Ковалевский и др.).

38. Снижение виброактивности прямозубой передачи. Тез. докл. Республ. научн.- техн. конф. "Проблемные вопросы создания средств вибрационной техники для использования в различных технологических процессах машиностроительной отрасли Ташкент, 1990, с.100- 101. (соавторы Э.Л.Айрапетов и др.).

39. Влияние изгибной деформации зубьев прямозубых цилиндрических передач на параметры контакта зубьев. Тез. докл. Всесоюзн. научн.- техн. конф.

“Зубчатые передачи: Современность и прогресс”. Одесса, 1990, с.5-6. (соавтор Э.Л.Айрапетов).

40. Расчетная модель износа зубьев неточных и деформируемых прямозубых зубчатых передач. Тез. докл. Всесоюзн. научн.- техн. конф. “Зубчатые передачи: Современность и прогресс”. Одесса, 1990, с.110. (соавтор Э.Л.Айрапетов).

41. Алгоритм расчета статической нагруженности опор качения. Тез. докл. научн.- техн. конф. “Разработка и внедрение САПР и АСТПП в машиностроении”, Ижевск, 1990. с. 195-197. (соавторы Э.Л.Айрапетов, В.И.Ковалевский, М.Г.Мамонова и др.).

42. Расчетно- экспериментальная модель износа зубьев прямозубых передач. Тез. докл. Междунар. научн.- техн. семинара “Автоматизированное проектирование механических трансмиссий. САПР- МТ”. Ижевск, 1991, с. 13-14. (соавторы Э.Л.Айрапетов, В.И.Ковалевский и др.).

43. Расчетная модель износа зубьев цилиндрических и конических передач. Тез. докл. пятого симпозиума “Теория реальных передач зацеплением” Курган, 1993г., с. 7- 8. (соавторы В.И.Ковалевский и др.).

44. К определению контактной деформации круговых цилиндров. Международная конференция «Современные проблемы механики», посвященная 100- летию Л.А.Галина. М.: 2012 г. С. 61- 62.

45. Аналитическое определение контактной податливости роликовых подшипников. 2-ой международный симпозиум «Современные проблемы создания и производства механических передач». М., 2013. Материалы докладов в Международном инженерном журнале “Приводы и компоненты машин”, 2013, №2-3, с. 19.

46. Параметры контакта зубчатых зацеплений при перекосе. 2-ой международный симпозиум «Современные проблемы создания и производства механических передач». М., 2013. Материалы докладов в Международном инженерном журнале “Приводы и компоненты машин”, 2013, № 2-3, с. 19.

47. К определению контактной податливости роликовых подшипников. Сборник статей по материалам 43-го Всероссийского симпозиума «Механика и процессы управления», Миасс, Челябинская обл. 2013, с.

48. Аналитическое определение контактной податливости роликовых подшипников. Тезисы докладов международной научной конференции «Машины, технологии и материалы для современного машиностроения» М., 2013, с. 74. (соавтор О.И.Косарев)

49. Аналитическое определение контактной податливости роликовых подшипников // ПиКМАШ, 2013, № 5-6, с. 21- 22.

50. Параметры силового контакта в деталях машин в условиях перекося // ПиКМАШ, 2013, № 4, с. 11- 12.

Соискатель



Ф. Г. Нахатакян